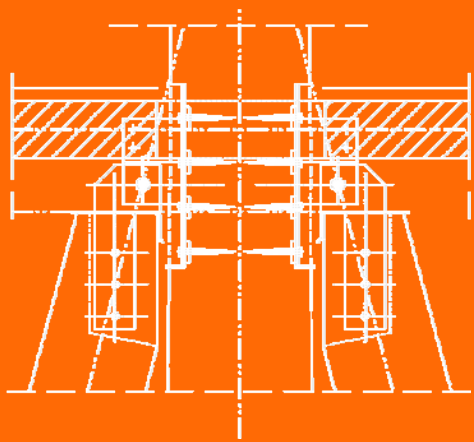
Holzbau II

259.383 Holzbau 2 WS15 | VU 3.0h, 4ECTS

Übung 1 - Verbundbauteile

DI M. Rinnhofer



Institut für Architekturwissenschaften
Tragwerksplanung und Ingenieurholzbau
o.Univ.Prof. DDI Wolfgang Winter

1	06.10.	Einführung, Tall Buildings	Winter
2	13.10.	Verbundbauteile	Rinnhofer
3 + UE	20.10.	Verbundbauteile Übung 1 (Berechnung CLT)	Rinnhofer
4	27.10.	Verbundbauteile: HBV	Radlherr
5 + UE	03.11.	Verbundbauteile Übung 2 (Berechnung HBV)	Radlherr
6	10.11.	Vorgefertigter Holzbau aus der Sicht des Holzbaumeisters	Klaura
7	17.11.	Brücken	Winter
8	24.11.	CLT – Wieso, weshalb, warum?	Weiss
9	01.12.	Brandschutz	Teibinger
10 + UE	15.12.	Schwingung + Übung 3 (Vergleich, Optimierung)	Fadai / Rinnhofer
11	12.01.	Fassaden aus Holz	Schober
12	19.01.	Sanierung	Hollinsky
13	26.01.	Sommerliche Überwärmung	Nackler

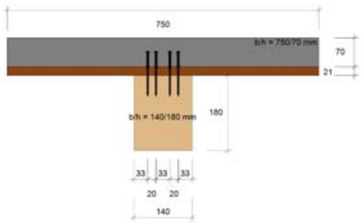
Informationen zur Übung

- 3 Übungstermine
- Übungsabgaben in Papierform (Mappe) oder digital
- Spätestes Abgabedatum auf Angabeblatt vermerkt (ca. 1 Monat nach Ausgabe)
- Alle Übungen müssen abgegeben werden, um zur Prüfung antreten zu können
- News und Unterlagen im TISS regelmäßig kontrollieren
- Die ersten beiden Übungen kopieren, da sie für die 3. Übung benötigt werden

Verbundbauteile

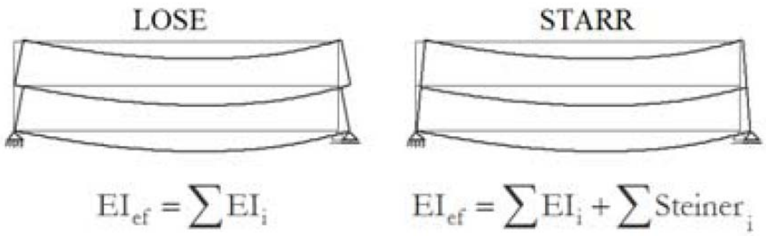
Brettsperrholz / CLT

Verbund 2er Werkstoffe

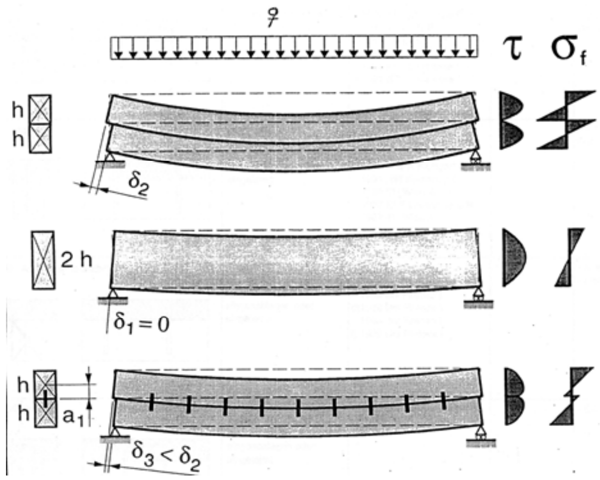


Nachgiebig verbundene Biegestäbe

Zwischen dem **lose** übereinander gelagerten und dem **starr** verleimten mehrteiligen Biegeträger herrscht hinsichtlich des Tragverhaltens ein extremer Unterschied. Sind die Einzelquerschnitte vernagelt oder durch andere mechanische Verbindungsmittel **schubweich** verbunden, nennt man bei entsprechender Beanspruchung das Gesamtsystem einen **nachgiebig verbundenen Biegeträger**. Sein Tragverhalten liegt zwischen den dargelegten Extremen.



Nachgiebig verbundene Biegestäbe



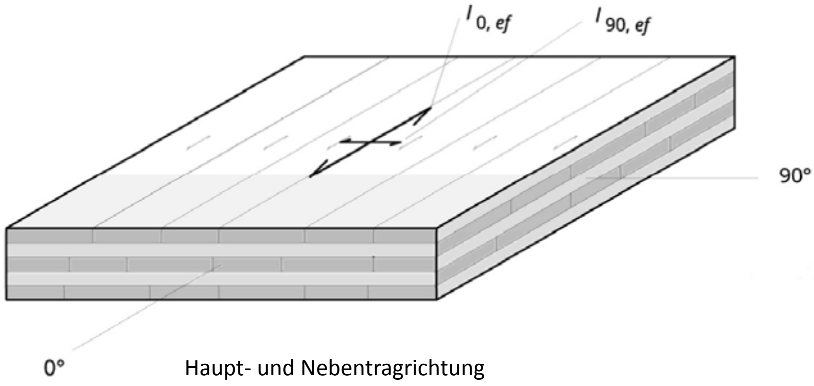
kein Verbund

starrer Verbund

nachgiebiger Verbund

Kuhlmann U., Schänzlin J. (2004): Berechnung von Holz-Beton-Verbunddecken - Neuere Entwicklungen

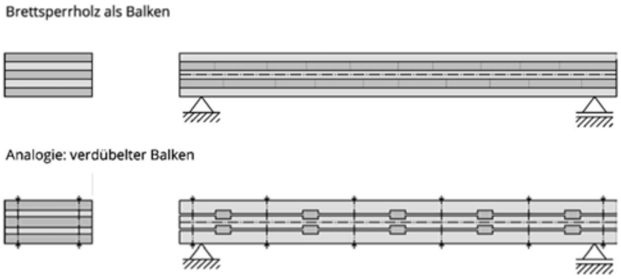
Brettsperrholz - Bemessung



Haupt- und Nebentragrichtung

proHolz Austria (2013): Brettsperrholz Bemessung – Grundlagen für Statik und Konstruktion nach Eurocode

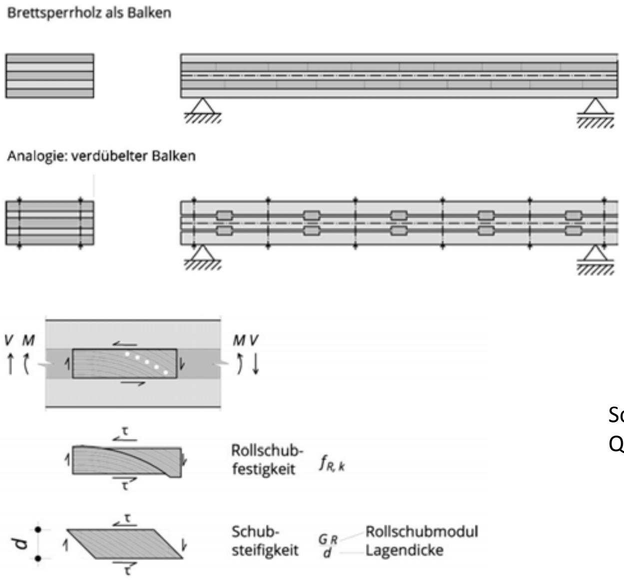
Brettsperrholz - Bemessung



Modellvergleich mit verdübeltem Balken

proHolz Austria (2013): Brettsperrholz Bemessung – Grundlagen für Statik und Konstruktion nach Eurocode

Brettsperrholz - Bemessung

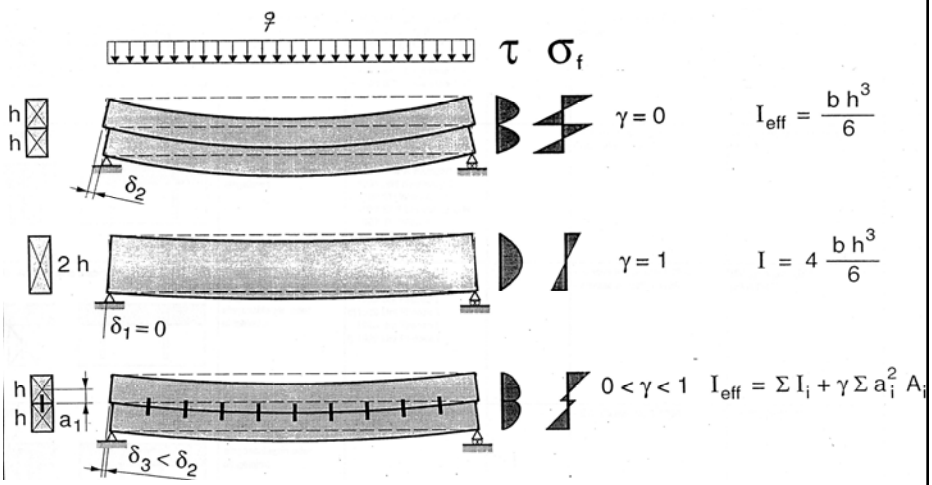


Modellvergleich mit verdübeltem Balken

Schubverhalten der Querlagen

proHolz Austria (2013): Brettsperrholz Bemessung – Grundlagen für Statik und Konstruktion nach Eurocode

γ-Verfahren



γ-Verfahren

Gemeinsam mit den Zulassungsunterlagen des Verbindungsmittelhersteller ist es möglich Aussagen zum Verhalten des Bauteils zum Zeitpunkt t = 0 und zum Zeitpunkt t = ∞ zu machen.

Zur Ermittlung des Tragverhaltens wird in diesem Näherungsverfahren, ausgehend von der ideellen Steifigkeit des starren Verbundes, eine wirksame Steifigkeit des elastischen Verbundes durch Abminderung des Steineranteiles des Trägheitsmomentes mit dem Nachgiebigkeitsfaktor γ zugrunde gelegt.

Der Faktor γ beinhaltet das Verhältnis der Biegesteifigkeit des anzuschließenden Bauteils und die Federsteifigkeit des Verbindungsmittels.

γ-Verfahren

In der Holzbaubemessung wird zur Ermittlung der wirksamen Biegesteifigkeit das **γ-Nährungs-Verfahren** verwendet.

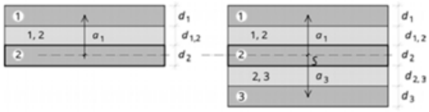
γ ist hierbei der Abminderungsbeiwert für den steinerschen Biegesteifigkeitsanteil und resultiert aus der geschlossen Lösung eines das Tragverhalten beschreibenden Differentialgleichungssystems.

γ-Verfahren

Voraussetzungen:
- Statisch bestimmter Einfeldträger
- Sinusförmige Belastung
- Konstante Querschnitte (max. 3 Teilquerschnitte)
- Gültigkeit der Bernoulli-Hypothese in den Teilquerschnitten
- Kontinuierlicher, konstanter Verbund
- Vernachlässigung der Schubverformung der Teilquerschnitte

Für den baupraktisch relevanten Fall der Gleichlast bildet das γ-Verfahren eine gute Näherung. Auch Schnitt- und Verformungsgrößen an Durchlaufträgern und Kragarmen können unter Berücksichtigung der Momentennullpunkte näherungsweise ermittelt werden.

γ-Verfahren



$$\gamma_i = \frac{1}{(1 + \frac{\pi^2 * E_i * A_i}{l^2 * c})}$$

Mit $c = \frac{b*G_R}{d}$ für flächigen Verbund

Oder $c = \frac{K_i}{s_i}$ für Verbund mit stiftförmigen Verbindungsmitteln

$$\gamma_2 = 1$$

$$a_2 = \frac{\gamma_1 * E_1 A_1 * \left(\frac{d_1}{2} + d_{1,2} + \frac{d_2}{2}\right) - \gamma_3 * E_3 A_3 * \left(\frac{d_2}{2} + d_{2,3} + \frac{d_3}{2}\right)}{\sum_{i=1}^{3} \gamma_i * E_i A_i}$$

$$a_1 = \left(\frac{d_1}{2} + d_{1,2} + \frac{d_2}{2}\right) - a_2$$

$$a_3 = \left(\frac{d_2}{2} + d_{2,3} + \frac{d_3}{2}\right) + a_2 \qquad (EI)_{ef} = \sum_{i=1}^{3}(E_i I_i + \gamma_i * E_i A_i * a_i^2)$$

γ-Verfahren

Nachlaufrechnungen:

$$N_{i,d} = \frac{M_d}{(EI)_{ef}} * \gamma_i * a_i * E_i A_i$$

$$M_{i,d} = \frac{M_d}{(EI)_{ef}} * E_i I_i$$

$$\tau_{2,max,d} = \frac{V_{max,d} * (\gamma_3 * E_3 A_3 * a_3 + 0{,}5 * E_2 * b_2 * h^2)}{(EI)_{ef} * b_2}$$

Mit $h = a_2 + \frac{h_2}{2}$

$$t_{1(3),d} = \frac{V_{max,d} * \gamma_{1(3)} * E_{1(3)} A_{1(3)} * a_{1(3)}}{(EI)_{ef}}$$

Schubanalogieverfahren

Mit Hilfe in DIN 1995-1-1/NA verankerten Verfahrens der Schubanalogie können die Spannungen in den einzelnen Schichten, unter Berücksichtigung der Schubverformung sowie des nachgiebigen Verbundes, in den jeweiligen Tragrichtungen bestimmt werden.

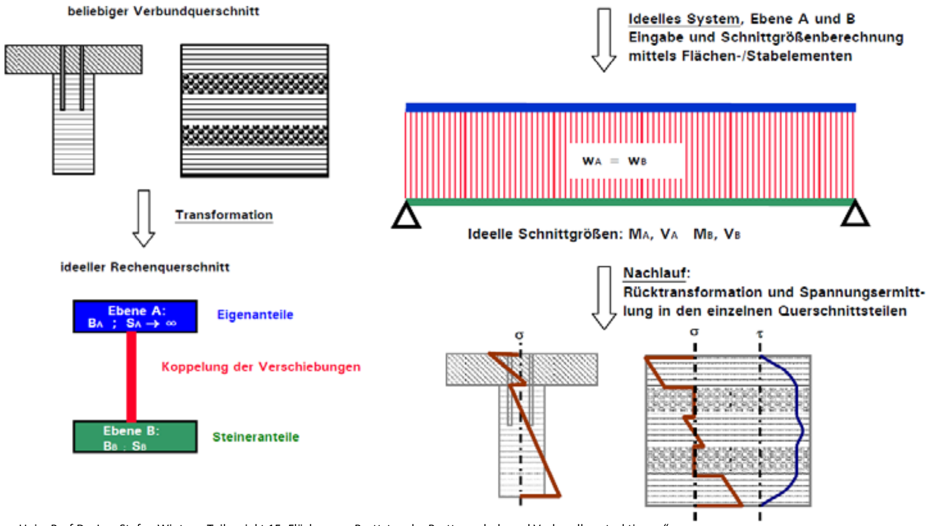
Um Spannungen aus Plattenbeanspruchungen zu ermitteln, muss zunächst der Verbundquerschnitt in den ideellen Rechenquerschnitt transformiert werden. Grundlage für die Transformation bilden die einzelnen Steifigkeitswerte des Verbundquerschnitts.

Schubanalogieverfahren

Die Anteile an der gesamten Biege- und Schubsteifigkeit des Verbundträgers wird auf zwei *Ersatzträger* – die Summe der beiden Einzelträger einerseits und die Verbundwirkung andererseits – *A* und *B* aufgeteilt. Die beiden Ersatzträger sind über dehnstarre Pendelstäbe gekoppelt. Damit weisen die Träger unter Belastung die gleiche Biegelinie auf.

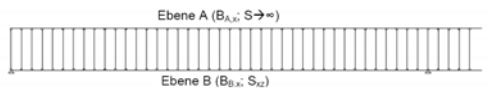
Die Steifigkeit des Trägers A EI_A errechnet sich also aus der Summe der Steifigkeiten der Einzelquerschnitte und Träger B erhält eine *Ersatzschubsteifigkeit* GA_B, die sich aus der Fugensteifigkeit *c* und den Schubsteifigkeiten der Einzelquerschnitte ergibt, und eine Biegesteifigkeit EI_B aus der Summe der Steiner-Glieder.

Schubanalogieverfahren



Univ.-Prof.Dr.-Ing. Stefan Winter, „Teilprojekt 15, Flächen aus Brettstapeln, Brettsperrholz und Verbundkonstruktionen"

Schubanalogieverfahren

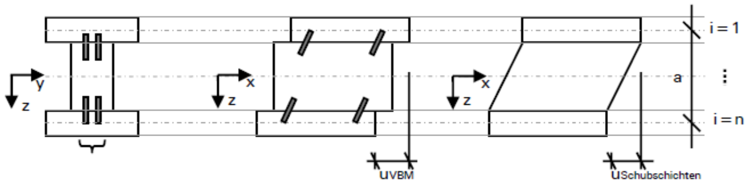


$$B_A = \sum E_i I_i$$

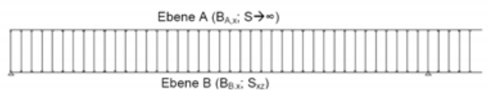
$$S_A \to \infty$$

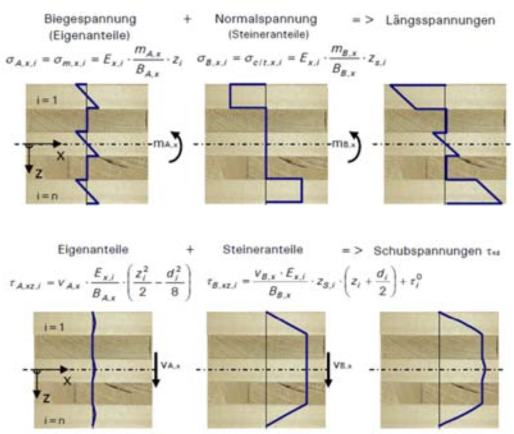
$$B_B = \sum E_i A_i * z_{s,i}^2$$

$$S_B = \frac{1}{a_x^2}\left[\sum_{1}^{n-1}\frac{1}{k_{x,i}} + \frac{d_1}{2 * b_1 * G_{xz,1}} + \sum_{i=2}^{n-1}\frac{d_i}{b_i * G_{xz,i}} + \frac{d_n}{2 * b_n * G_{xz,n}}\right]^{-1}$$



Schubanalogieverfahren





Schubanalogieverfahren

Nachlaufrechnungen:

$$M_{i,d} = M_{A,d} \frac{E_i I_i}{B_A}$$

$$N_{i,d} = \pm M_{B,d} * \frac{E_i A_i * z_{s,i}}{B_B}$$

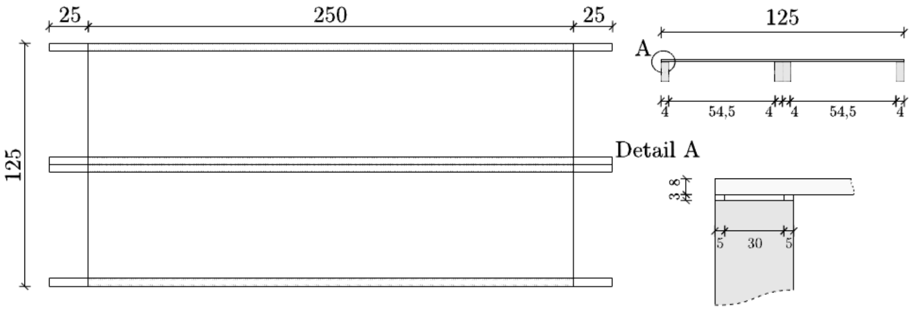
$$\sigma_A = \sigma_{m,i,d} = \pm \frac{M_{i,d}}{I_i} * z_i$$

$$\sigma_B = \sigma_{t/c,0,d} = \pm \frac{N_{i,d}}{A_i}$$

$$\sigma_{max/min} = \sigma_A + \sigma_B$$

Beispiel:

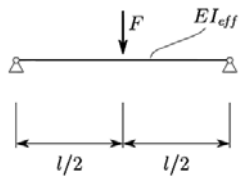
Glasplatte auf Rippen aus Kanthölzern, zwei Stück mittig, jeweils eine Rippe am Längsrand



an Anfang und Ende gelenkig gelagert; Belastung: Einzellast in Plattenmitte

Statisches System: Einfeldträger mit mittiger Einzellast

Beispiel:



Einwirkende Kraft und Schnittgrößen

$$F = 8{,}5\,\mathrm{kN}$$
$$M_{max} = F * l/4 = 8{,}5 * 2{,}5/4 = 5{,}31\,\mathrm{kNm}$$
$$V_{max} = F/2 = 8{,}5/2 = 4{,}25\,\mathrm{kN}$$ (entspricht Auflagerkraft

Glasplatte Materialeigenschaften und Abmessungen

$$E_G = 70000\,\mathrm{N/mm^2}$$
$$b_G = 125\,\mathrm{cm}$$
$$t_G = 8\,\mathrm{mm}$$
$$A_G = 125 * 0{,}8 = 100\,\mathrm{cm^2}$$
$$I_G = 125 * 0{,}8^3/12 = 5{,}33\,\mathrm{cm^4}$$
$$EA_G = 7000 * 100 = 700000\,\mathrm{kN}$$
$$EI_G = 7000 * 5{,}33 = 37333\,\mathrm{kNcm^2}$$

Klebefuge Materialeigenschaften und Abmessungen

$$G_K = 2{,}0\,\mathrm{N/mm^2}$$
$$b_K = 4 * 3{,}0 = 12\,\mathrm{cm}$$
$$t_K = 3\,\mathrm{mm}$$ (Dicke der Klebefuge)
$$h_{tot} = 0{,}8 + 0{,}3 + 10{,}0 = 11{,}1\,\mathrm{cm}$$
$$a = h_{tot} - h_G/2 - h_H/2 = 5{,}7\,\mathrm{cm}$$

Holz Materialeigenschaften und Abmessungen

$$E_H = 9041\,\mathrm{N/mm^2}$$
$$b_H = 4 * 4{,}0 = 16\,\mathrm{cm}$$ (Gesamtbreite aller vier Holzrippen)
$$h_H = 10\,\mathrm{cm}$$
$$A_H = 10 * 16 = 160\,\mathrm{cm^2}$$
$$I_H = 16 * 10^3/12 = 1333\,\mathrm{cm^4}$$
$$EA_H = 904{,}1 * 160 = 144656\,\mathrm{kN}$$
$$EI_H = 904{,}1 * 1333 = 1205467\,\mathrm{kNcm^2}$$

Beispiel: γ-Verfahren

$$c = G * \frac{b_k}{t_k} = 2{,}0 * \frac{12}{0{,}3} = 80 N/mm^2$$

$$\gamma = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 * EA_G}{l^2 * t_G}} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 * 700000}{250^2 * 8}} = 0{,}0675$$

$$a_H = \frac{\gamma_1 * EA_G * a}{\gamma_1 * EA_G + EA_H} = \frac{0{,}0675 * 700000 * 5{,}7}{0{,}0675 * 700000 + 144656} = 1{,}40 cm$$

$$a_G = a - a_H = 5{,}7 - 1{,}4 = 4{,}30 cm$$

$$(EI)_{ef} = EI_G + EI_H + \gamma_1 * EA_G * a_G^2 + EA_H * a_H^2 =$$
$$= 37333 + 1205467 + 0{,}0675 * 700000 * 4{,}3^2 + 144656 * 1{,}4^2 = 2399976 kNcm^2$$

Beispiel: γ-Verfahren

Normalspannungen:

$$\sigma_{N,G} = -\frac{M}{(EI)_{ef}} * \gamma_1 * a_G * E_G = -\frac{531}{2399976} * 0{,}0675 * 4{,}3 * 70000 = -4{,}50 N/mm^2$$

$$\sigma_{N,H} = \frac{M}{(EI)_{ef}} * a_H * E_H = \frac{531}{2399976} * 1{,}4 * 9041 = 2{,}80 N/mm^2$$

$$\sigma_{M,G} = -\frac{M}{(EI)_{ef}} * \frac{h_G}{2} * E_G = -\frac{531}{2399976} * \frac{0{,}8}{2} * 70000 = -6{,}20 N/mm^2$$

$$\sigma_{M,H} = \frac{M}{(EI)_{ef}} * \frac{h_H}{2} * E_H = \frac{531}{2399976} * \frac{10}{2} * 9041 = 10{,}00 N/mm^2$$

$$\sigma_{max} = \sigma_{N,H} + \sigma_{M,H} = 2{,}80 + 10{,}00 = \mathbf{12{,}80} N/mm^2$$

$$\sigma_{min} = \sigma_{N,G} + \sigma_{M,G} = -4{,}50 - 6{,}20 = \mathbf{-10{,}70} N/mm^2$$

$$\tau_{max} = \frac{V_{max}}{(EI)_{ef}} * \gamma_1 * EA_G * a_1 * \frac{1}{b_k} = \frac{4{,}25}{2399976} * 0{,}0675 * 70000 * 100 * \frac{4{,}3}{12} = \mathbf{0{,}30} N/mm^2$$

Beispiel: Schubanalogieverfahren

$a = 5{,}70 cm$ siehe γ-Verfahren

$$c = \frac{G_k}{t_k} = \frac{2{,}0}{3} = 0{,}667 N/mm^3$$

Gewählte Materialeigenschaften für Berechnung der Schnittgrößen am Ersatzsystem im Stabwerksprogramm:

$E_{cal} = 10000 N/mm^2$
$G_{cal} = 7000 N/mm^2$

Querschnittswerte werden an das gewählte Material angepasst.

Beispiel: Schubanalogieverfahren

Träger A: Biegesteifigkeit und Querschnittswert

$$B_A = EI_A = EI_G + EI_H = 37333 + 1205467 = 1242800kNcm^2$$

$$I_A = \frac{EI_A}{E_{cal}} = \frac{1242800}{10000} = 1243cm^4 \qquad S_A = \infty$$

Träger B: Biegesteifigkeit, Ersatzschubsteifigkeit und Querschnittswerte

$$B_B = EI_B = a^2 * \frac{EA_G * EA_H}{EA_G + EA_H} = 5{,}7^2 * \frac{700000 * 144656}{700000 + 144656} = 3894972kNcm^2$$

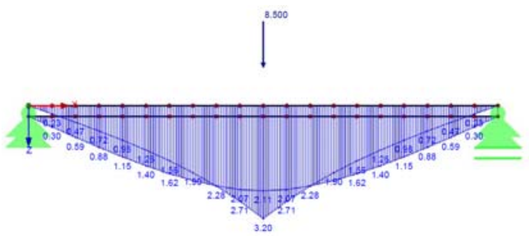
$$I_B = \frac{EI_B}{E_{cal}} = \frac{3894972}{10000} = 3895cm^4$$

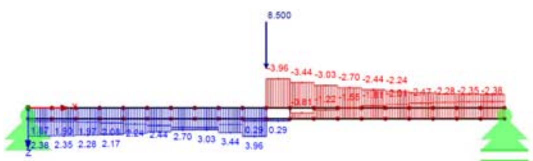
$$S_B = GA_B = \left[\frac{1}{a^2 * b_k} * \left(\frac{1}{c_F} + \frac{d_G}{2 * G_G} + \frac{d_H}{2 * G_H}\right)\right]^{-1} =$$

$$= \left[\frac{1}{5{,}7^2 * 12} * \left(\frac{1}{0{,}667} + \frac{0{,}8}{2 * 2800} + \frac{10}{2 * 62}\right)\right]^{-1} = 246{,}8kN$$

$$A_B = \frac{S_B}{G_{cal}} = 0{,}353cm^2$$

Beispiel: Schubanalogieverfahren





$M_{A,max} = 3{,}20kNm$
$M_{B,max} = 2{,}11kNm$

$V_A(x = 0) = 1{,}87kN$
$V_B(x = 0) = 2{,}38kN$

$w_{A,max} = 11{,}9mm$
$w_{B,max} = 11{,}9mm$

Beispiel: Schubanalogieverfahren

$$M_G = M_{A,max}\frac{EI_G}{B_A} = 3{,}21 * \frac{37333}{1242800} = 0{,}096kNm$$

$$M_H = M_{A,max}\frac{EI_H}{B_A} = 3{,}21 * \frac{1205467}{1242800} = 3{,}114kNm$$

$$N_G = -\frac{M_{B,max}}{a} = -\frac{2{,}11}{0{,}057} = -37{,}01kN$$

$$N_H = \frac{M_{B,max}}{a} = \frac{2{,}11}{0{,}057} = 37{,}01kN$$

Normalspannungen:

$$\sigma_{min} = \frac{N_G}{A_G} - \frac{M_G}{I_G} * z_G = -\frac{37{,}01}{100} - \frac{0{,}096 * 100}{5{,}33} * \frac{0{,}8}{2} = -\mathbf{1{,}091}kN/cm^2 = -\mathbf{10{,}91}N/mm^2$$

$$\sigma_{max} = \frac{N_H}{A_H} - \frac{M_H}{I_H} * z_H = \frac{37{,}01}{160} + \frac{3{,}114 * 100}{1333} * \frac{10}{2} = 1{,}399kN/cm^2 = \mathbf{13{,}99}N/mm^2$$

Schubspannung in der Verbundfuge:

$$\tau_{max} = \frac{V_B}{a} * \frac{1}{b_k} = \frac{2{,}38}{5{,}70 * 12} = 0{,}0348kN/cm^2 = \mathbf{0{,}348}N/mm^2$$

Beispiel: Vergleich der Ergebnisse

	σ_{max} [N/mm²]	σ_{min} [N/mm²]	τ_{max} [N/mm²]	w_{max} [mm]
γ-Verfahren	12,80	-10,70	0,300	11,53
Sa-Verfahren	13,99	-10,91	0,348	11,90