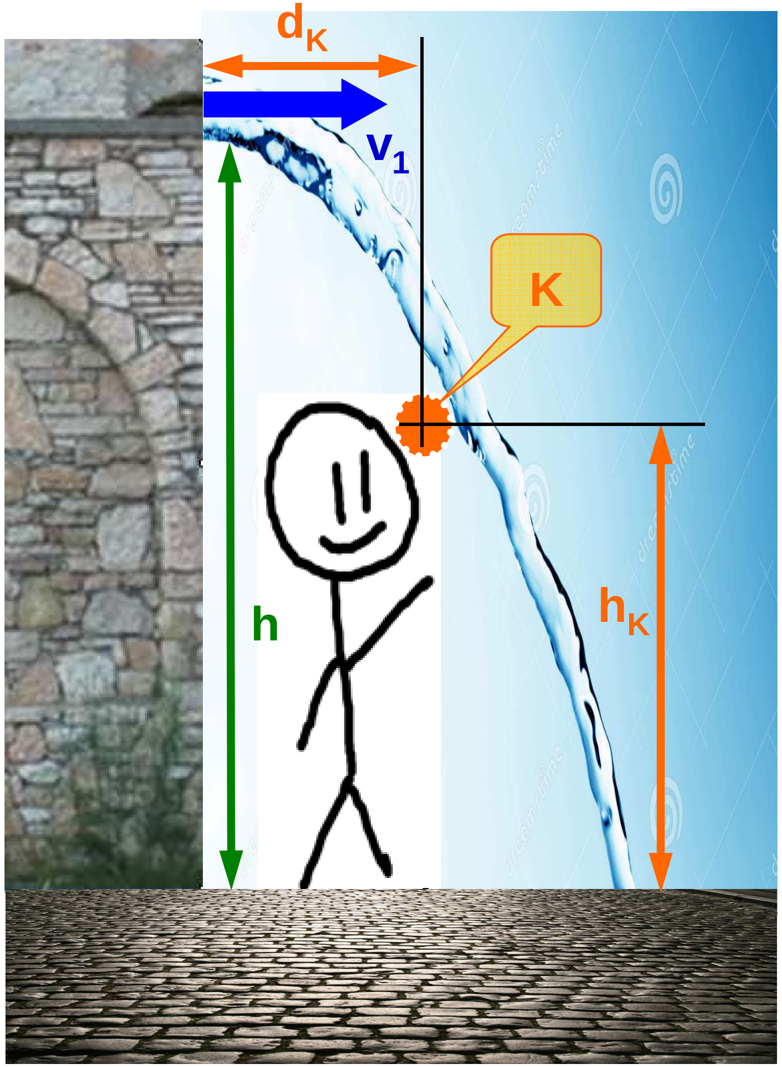
Übungsbeispiele zu VO 311.123 Physik für Maschinenbau

Stand: Sommersemester 2018

Univ.-Prof. Dipl.-Phys. Dr.-Ing. Andreas Otto
Laser und Lasergestützte Fertigung

Ein Berliner Architekturbüro hat zu Weihnachten 2016 folgende Grußkarte verschickt:

dominik franz dipl. ing. architekt
jesper reinholt dipl. ing. architekt



$h = 2{,}65\text{m}$

$v_1 = 1{,}7\text{m/s}$

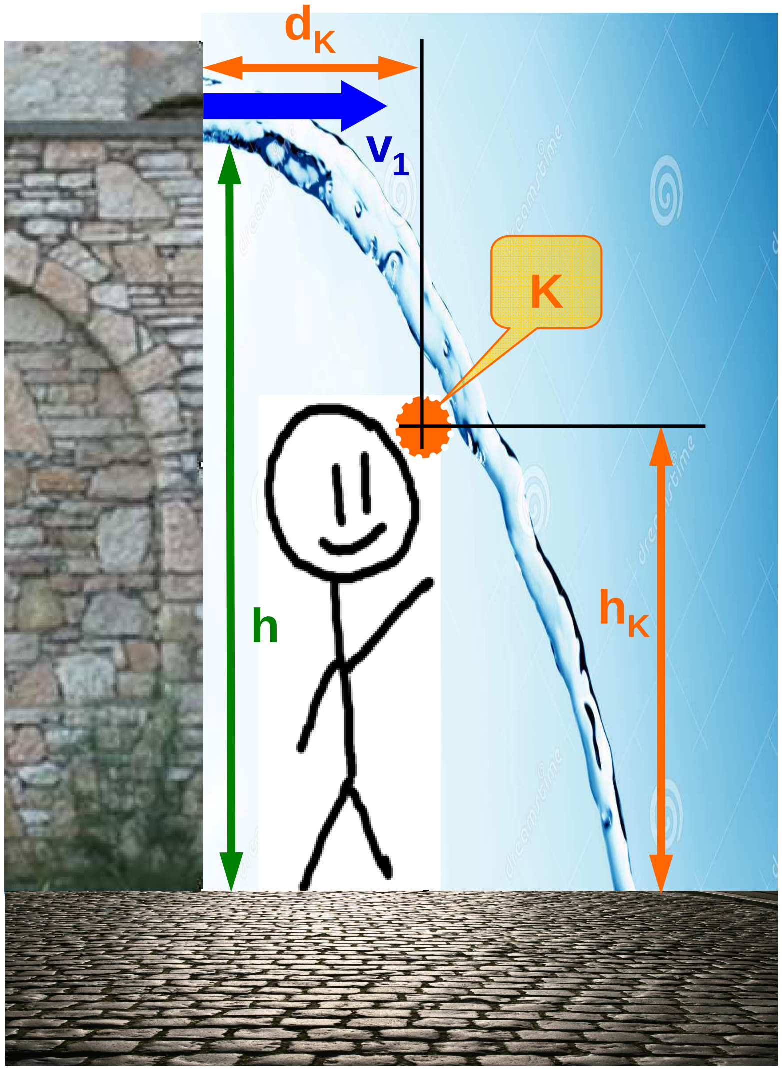
… breit genug für einen Fußweg… ?

K …kritischer Punkt

(je nach Statur)

$h_K = 1{,}95\text{m}$

$d_K = 0{,}5\text{m}$



In welcher Entfernung von der Mauer passiert der Wasserstrahl die Höhe des kritischen Punkts?

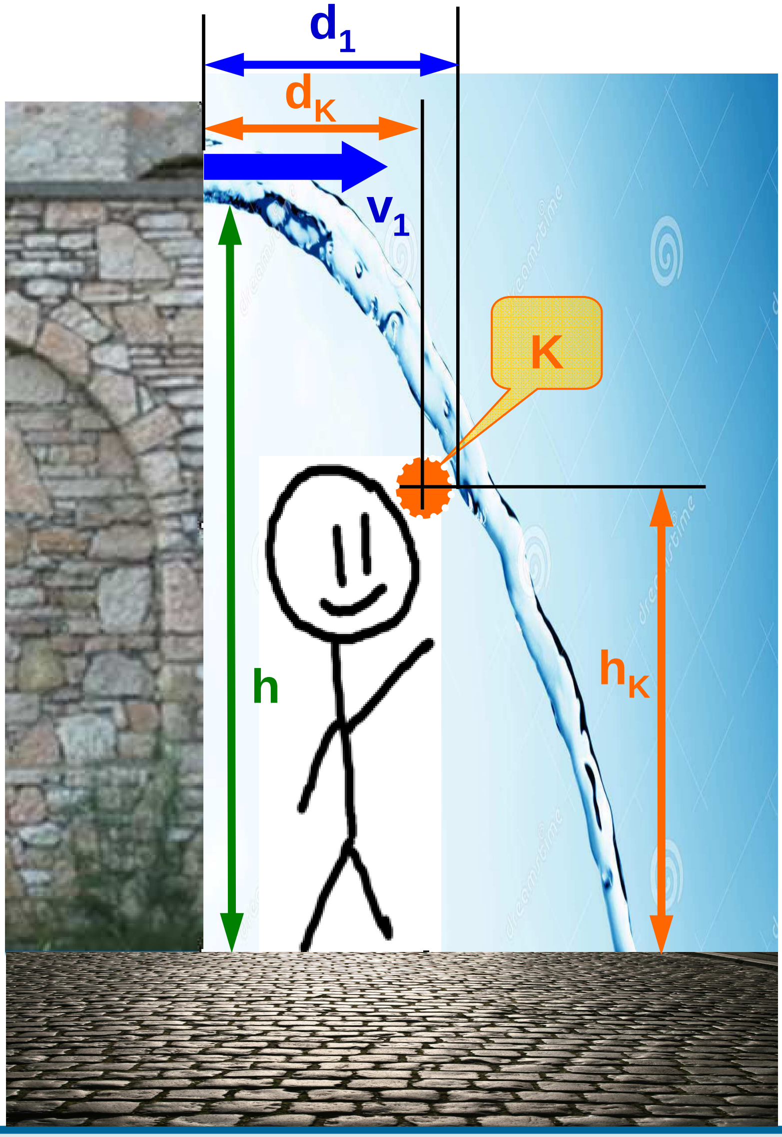
Senkrechte und waagerechte Bewegung sind voneinander unabhängig … Superposition

Horizontalbewegung mit konstanter Geschwindigkeit v_1 … $d = d_0 + v_1 * t$

Vertikalbewegung konstant beschleunigt durch Gravitation mit Anfangsgeschwindigkeit 0 …

$v_v(t) = v_0 + a*t = g*t$

$h(t) = h_0 + v_0*t + ½*a*t^2 = ½*g*t^2$



In welcher Entfernung von der Mauer passiert der Wasserstrahl die Höhe des kritischen Punkts?

$$\underbrace{s(t)}_{h - h_k} = \underbrace{s(0) + v_0 * t + ½ * a * t^2}_{0 + 0 + ½ * g * t^2}$$

$$h - h_k = 0 + 0 + ½ * g * t^2$$ daraus die Zeit bis h_k passiert wird

$$t = \sqrt{2*(h - h_k)/g} = t_K = \sqrt{2*(2{,}65 - 1{,}95)/9{,}81} =$$

$$= 0{,}37777s$$

$$d_1 = v_1 * t_K = v_1 * \sqrt{2*(h - h_k)/g} = 1{,}7*0{,}3777 =$$

$$= 0{,}642m$$

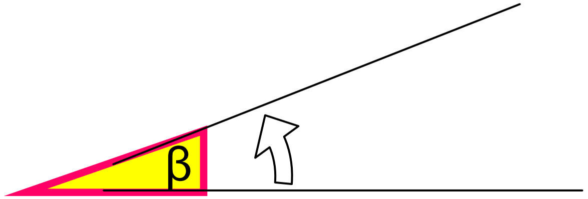
$$d_1 > d_K$$

Univ.-Prof. Dipl.-Phys. Dr.-Ing. Andreas Otto
Laser und Lasergestützte Fertigung

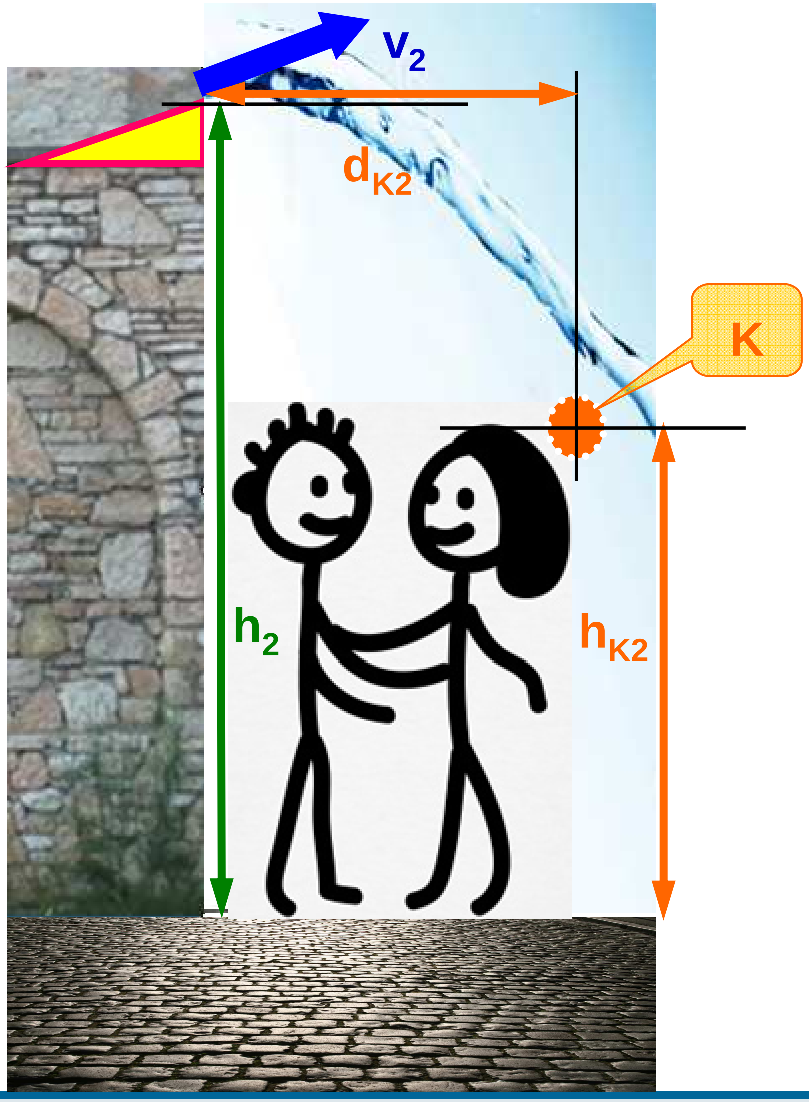
In dieser Konstellation ist die ausreichende Breite wohl anders zu beurteilen …

Sie haben einen 10 cm hohen Keil mit dem Keilwinkel β = 26° zur Verfügung, der in die Austrittsöffnung der Wasserrinne montiert werden kann.

Ist damit der Weg für beide trocken begehbar, wenn die horizontale Anströmgeschwindigkeit v_1 auf 2,6m/s erhöht wird?



Reibungsverluste vernachlässigt



h_2 = h + Keil = 2,65m + 0,1m = 2,75m

v_2 = ?m/s

h_{K2} = 1,95m

d_{K2} = 1,0m

v_2 = ?m/s

$E_{pot} = 0$

$E_{kin} = ½*m*v_1^2$

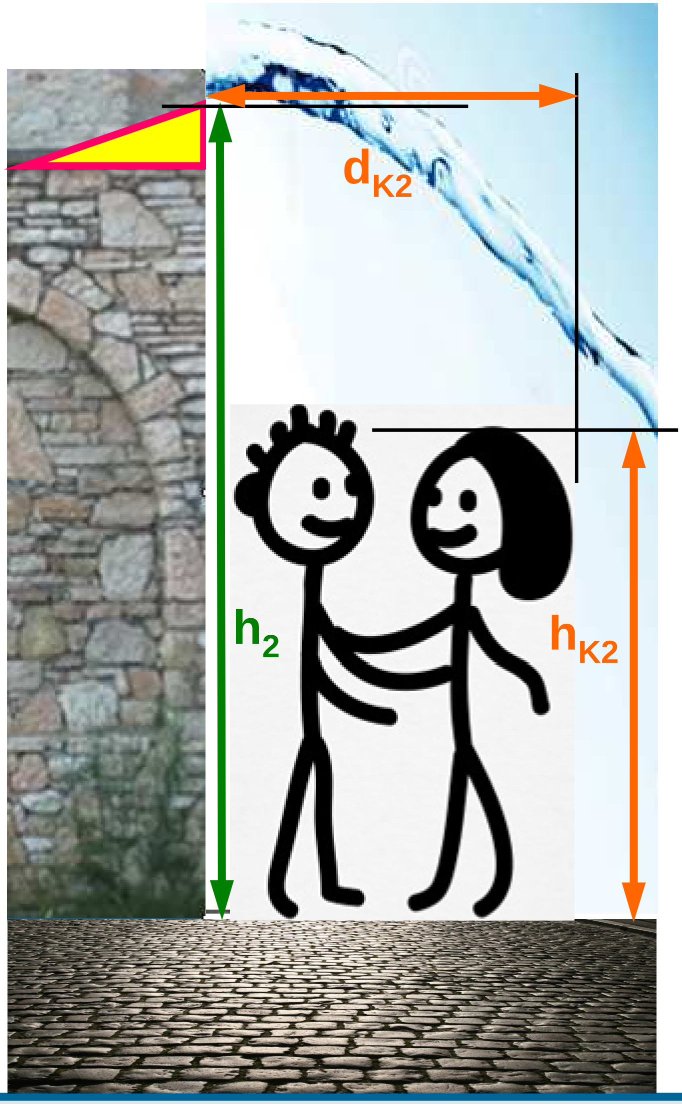
$E_{pot} = m*g*k_h$

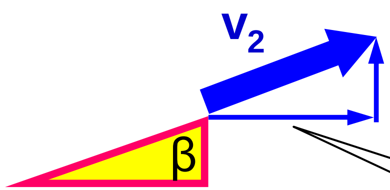
$E_{kin} = ½*m*v_2^2$

$$½*m*v_1^2 = m*g*k_h + ½*m*v_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 - 2*g*k_h} = \sqrt{2{,}6^2 - 2*9{,}81*0{,}1} = 2{,}19 m/s$$

Univ.-Prof. Dipl.-Phys. Dr.-Ing. Andreas Otto
Laser und Lasergestützte Fertigung





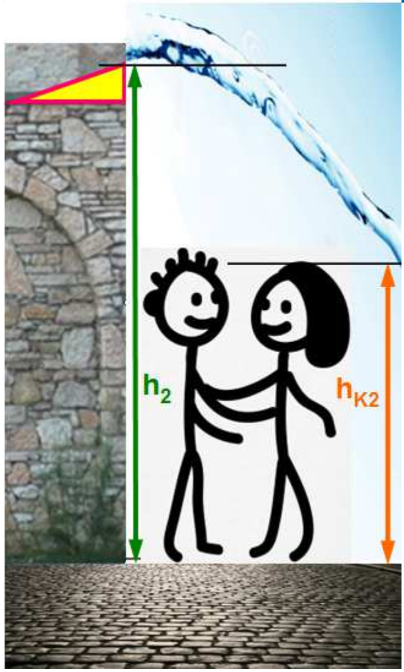
$v_{2v} = v_2 \cdot \sin\beta$

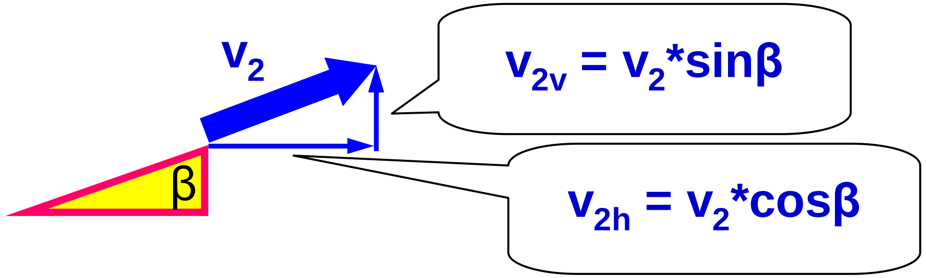
$v_{2h} = v_2 \cdot \cos\beta$

$s(t) = s(0) + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ … horizontal

$d_{K2} = 0 + v_{2h} \cdot t_K + 0 = v_2 \cdot \cos\beta \cdot t_K$

$t_K = d_{K2}/(v_2 \cdot \cos\beta) = 1/(2{,}19 \cdot \cos 26°) = 0{,}508\,\text{s}$





$s(t) \;=\; s(0) \;+\; v_0{*}t \;+\; ½{*}a{*}t^2$ … vertikal

$$\underbrace{\Delta h}_{s(t)} = \underbrace{0 - v_{2v}{*}t_{K2} + ½{*}g{*}t_{K2}^{\,2}}_{s(0)\,+\,v_0*t\,+\,½*a*t^2} = -\, v_2{*}\sin\beta{*}t_{K2} + ½{*}g{*}t_{K2}^{\,2}$$

$$\Delta h = -\,2{,}19{*}\sin 26°{*}0{,}508 + ½{*}9{,}81{*}0{,}508^2$$

$$\Delta h = -\,0{,}488 + 1{,}266 = 0{,}778\text{m}$$

$$h_2 - h_{K2} = 2{,}75 - 1{,}95 = 0{,}8\text{m} > \Delta h$$

So ist der Weg für beide trocken begehbar.

Übungen


Wenn der Aufzug abstürzt …
… dann springe ich eben kurz vor dem Aufprall kräftig hoch!
?
Melchsee-Frutt CH Lifthöhe 36m

Was entgegnet der Physiker dem Narren?

Lieber Narr, wie schnell können Sie hochspringen?

Schätzungen: …

…

Kann man das leicht errechnen?

Energieerhaltungssatz:
Energie im oberen Umkehrpunkt eines senkrechten Sprungs, $E_o = m*g*h$
Energie zum Zeitpunkt des Verlassens des Bodens, $E_u = m*v_N^2/2$

Da es dem Narren nicht an Selbstvertrauen mangelt, behauptet er, er könne den Durchschnittswert der Spieler in der NBA von 28“ (71cm) Höhe erreichen.

$E_o = E_u$

$m*g*h = m*v_N^2/2$

$v_N = \sqrt{(2*g*h)} = \sqrt{(2*9{,}81*0{,}71)} = 3{,}7323\ m/s$

Was entgegnet der Physiker dem Narren?

Lieber Narr, wie schnell ist der Aufzug nach 36m freien Falls? ***(Luftwiderstand vernachlässigt)***

Schätzungen: …

…

Berechnung über Energieerhaltungssatz:
Energie im höchsten Punkt eines freien Falls, $E_o = m*g*h$
Energie zum Zeitpunkt des Aufpralls auf dem Boden, $E_u = m*v_A^2/2$

$E_o = E_u$

$m*g*h = m*v_A^2/2$

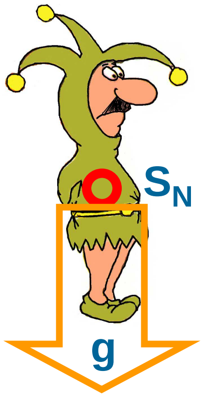
$v_A = \sqrt{(2*g*h)} = \sqrt{(2*9{,}81*36)} = 26{,}5767$ m/s (95,6761 km/h)

Es bleibt also eine Differenz von $v_{diff} = 26{,}5767 - 3{,}7323 = 22{,}8444$ m/s (mehr als 82 km/h)

(mit … $m*g*h = ½*m*v_A^2$ ergibt sich ein freier Fall aus $h_{diff} = m*v_A^2/(2*m*g) = 22{,}8444^2/(2*9{,}81) = 26{,}5987$ m)

Was entgegnet der Physiker dem Narren?

Lieber Narr, wie lange brauchst Du, um für den Sprung in die Knie zu gehen?



Schätzungen: …

…

Damit der Narr in die Knie gehen kann, muss sein Schwerpunkt in einer gewissen Zeitspanne 30 cm mehr zurücklegen, als der Schwerpunkt der Aufzugskabine.
Wie lange dauert das?

Bewegungsgleichungen: $v(t) = v_0 + a{*}t$, $s(t) = s_0 + v_0{*}t + a{*}t^2/2$

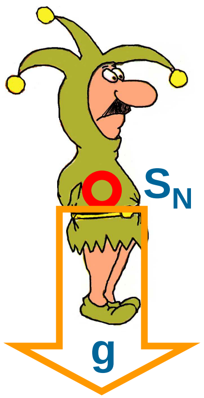
mit $s_0 = 0$, $v_0 = 0$ **und** $a = g$

$s_N(t) = s_A(t) + 0{,}3$

$g{*}t^2/2 = g{*}t^2/2 + 0{,}3$ … … ? **… für kein t lösbar, daher kann der Narr nicht in die Knie gehen!**

Was entgegnet der Narr dem Physiker?

Da fällt dem Narren ein, dass die Aufzugskabine ja einen Luftwiderstand haben muss.



Also wirkt auf die Kabine eine verzögernde Kraft, die wir als $F_R = ½*c_W*ϱ*A*v(t)^2$ kennen.

Für die zurückgelegte Wegstrecke bei variabler Beschleunigung hatten wir hergeleitet:

$$s(t) = \int v(t)dt = \int_{T_2=0}^{T_2=T} \int_{T_1=0}^{T_1=T_2} a(t)dt_1 dt_2$$

mit F = m*a, also a = F/m

… ist hier nun für a(t) einzusetzen $g - ½*c_W*ϱ*A*v(t)^2/m_{Kabine}$

Univ.-Prof. Dipl.-Phys. Dr.-Ing. Andreas Otto
Laser und Lasergestützte Fertigung

Was entgegnet der Physiker dem Narren?

Also:

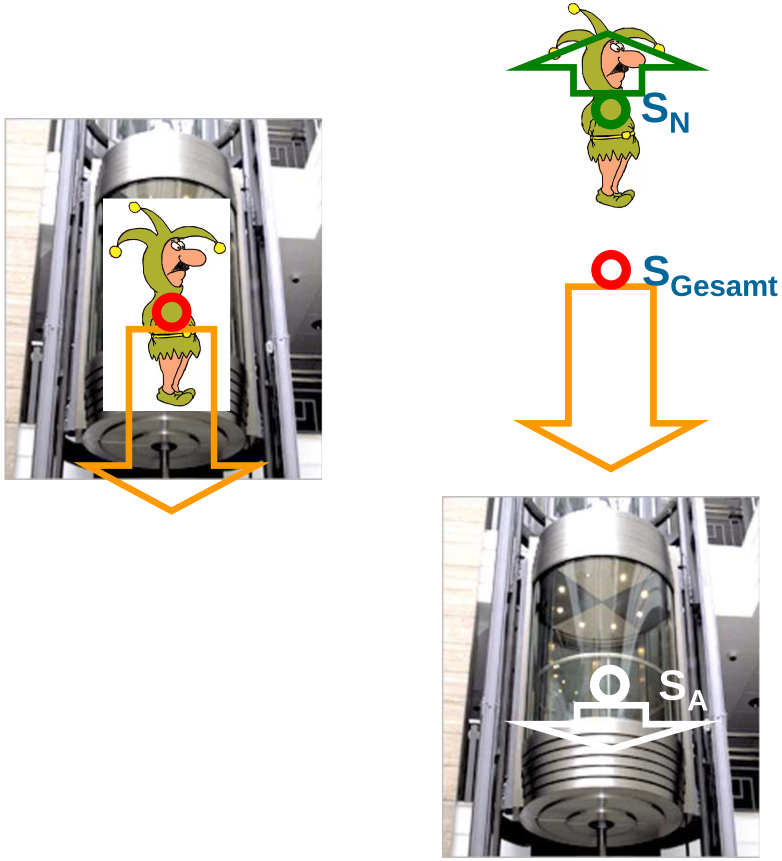
$$s(t) = \int v(t)dt = \int_{T_2=0}^{T_2=T} \int_{T_1=0}^{T_1=T_2} (g - ½ * c_W * \varrho * A * v(t)^2 / m_{Kabine})\, dt_1 dt_2$$

Das rechne ich heute nicht mehr aus, sonst …

… gibt‘s einen Narren mehr.

Was entgegnet der Physiker dem Narren?

Wäre das Problem damit erschöpfend betrachtet?



Wenn der Narr also mit einer gewissen Relativgeschwindigkeit nach oben springt, …

Der Schwerpunkt des Gesamtsystems bewegt sich unabhängig von den Bewegungen der Teilsysteme weiter.

… beschleunigt er die Aufzugskabine gemäß Impulserhaltung nach unten.

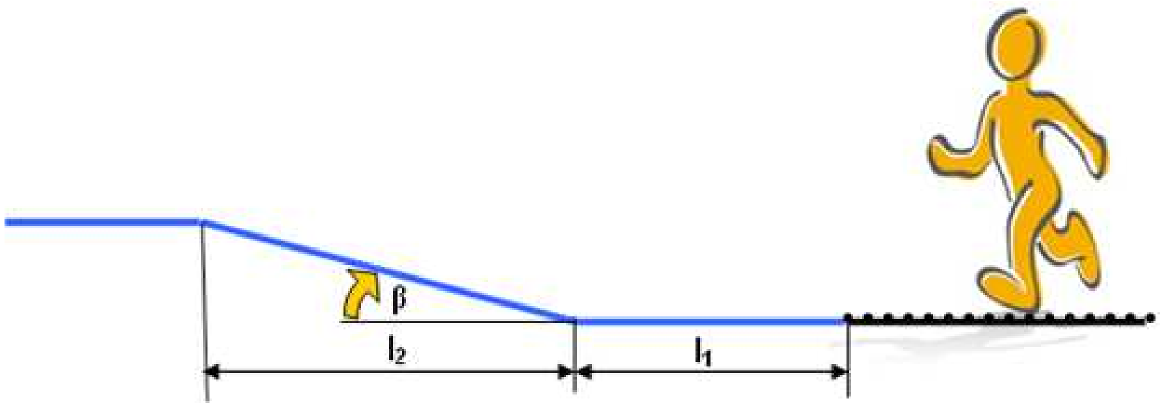
Daher wäre sein Nutzen hinsichtlich Verringerung der Aufprallgeschwindigkeit noch geringer als zuvor berechnet.

Übungen

Schlittern

Ein „Es“ mit 60 kg Masse nimmt Anlauf, um auf einer vereisten Oberfläche zu schlittern.

Diese Oberfläche ist zunächst eben (auf einer Länge l_1 von 5 m) und in der Folge leicht aufwärts geneigt (β entspricht 10% Steigung, auf einer Länge l_2 von 9 m), um dann wieder in eine Ebene Fläche überzugehen. Der Reibungskoeffizient auf der vereisten Fläche μ = 0,05. ***(Näherungen: g = 10 m/s^2, für kleine Winkel sin = tan, cos = cot = 1)***



1) Mit welcher Geschwindigkeit (in km/h) muss die Gleitphase begonnen werden, um gerade die höhergelegene ebene Fläche zu erreichen?

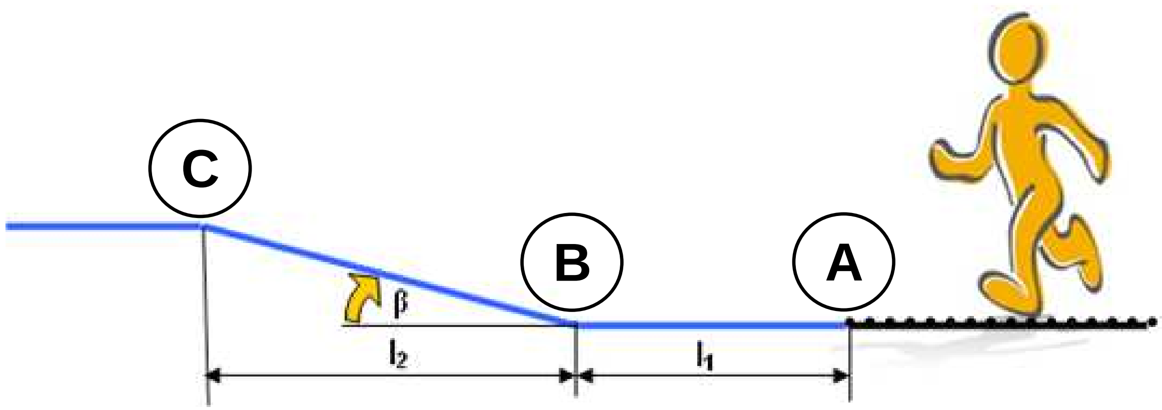
2) Welche Geschwindigkeit muss dazu am Beginn der Steigung vorhanden sein?

Lösung

(mit Hinweisen auf generelle Überlegungen zu fallweise günstigen Vorgangsweisen)

Wie gehen Sie vor?

Zerlegung in klar definierte Teilaufgaben bzw. Teilbereiche



Übungen

Welche Formeln, die Parameter aus der Angabe beinhalten, oder/und gesuchte Größen enthalten kenne ich?

$W = F*s$

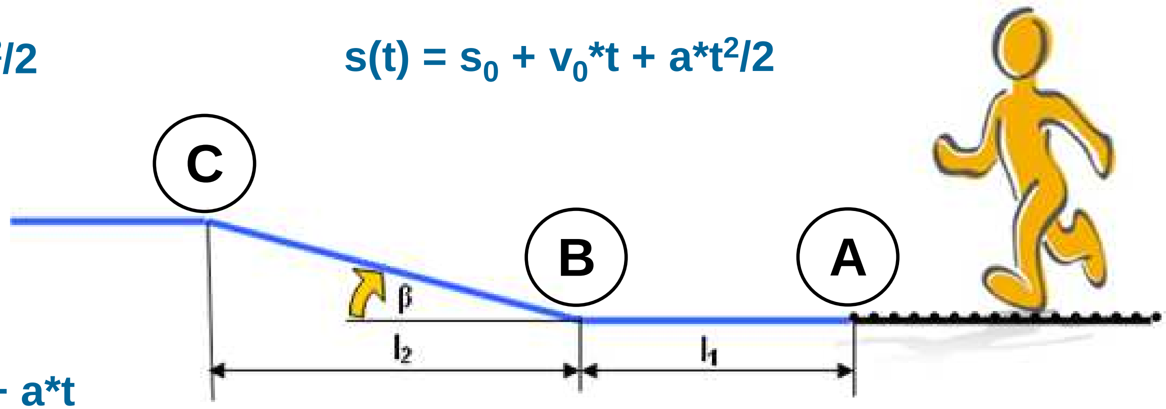
$E_{pot} = m*g*h$

$1/b + 1/g = 1/f$

$F = m*a$

$E_{kin} = m*v^2/2$

$s(t) = s_0 + v_0*t + a*t^2/2$



$U = W$

$v(t) = v_0 + a*t$

$\lambda = c/f$

$F_R = \mu*F_N$

$f = 1/T$

Univ.-Prof. Dipl.-Phys. Dr.-Ing. Andreas Otto
Laser und Lasergestützte Fertigung

Übungen

Welche Formeln, können mir keinen Beitrag zur Lösung liefern?

$W = F*s$

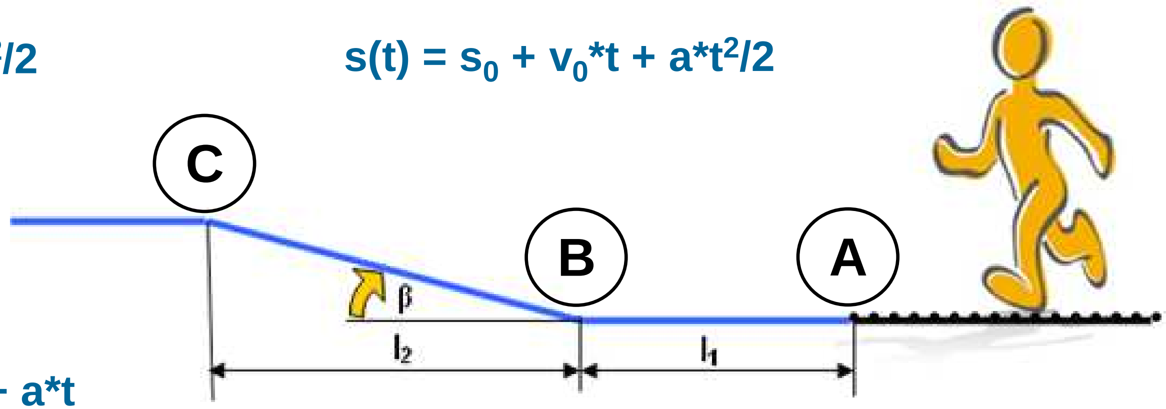
$E_{pot} = m*g*h$

$1/b + 1/g = 1/f$

$F = m*a$

$E_{kin} = m*v^2/2$

$s(t) = s_0 + v_0*t + a*t^2/2$



$U = W$

$v(t) = v_0 + a*t$

$\lambda = c/f$

$F_R = \mu*F_N$

$f = 1/T$

Univ.-Prof. Dipl.-Phys. Dr.-Ing. Andreas Otto
Laser und Lasergestützte Fertigung

Übungen

Manchmal ergeben sich mehrere Lösungsmöglichkeiten, so dass selektives Vorgehen möglich ist.

Weg über Energieerhaltung

Weg über Bewegungsgleichungen

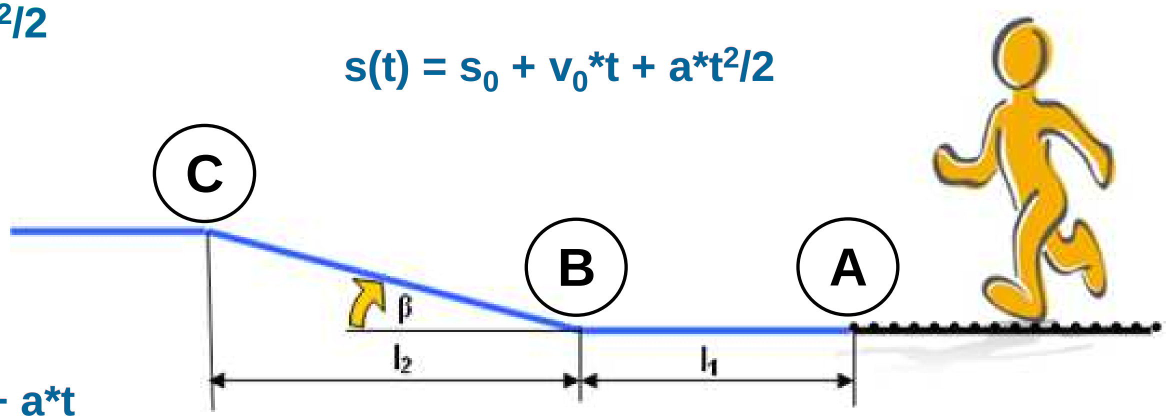
$W = F*s$

$E_{pot} = m*g*h$

$E_{kin} = m*v^2/2$

$F = m*a$

$s(t) = s_0 + v_0*t + a*t^2/2$



$U = W$

$v(t) = v_0 + a*t$

$F_R = \mu*F_N$

Übungen

Weg über Energieerhaltung

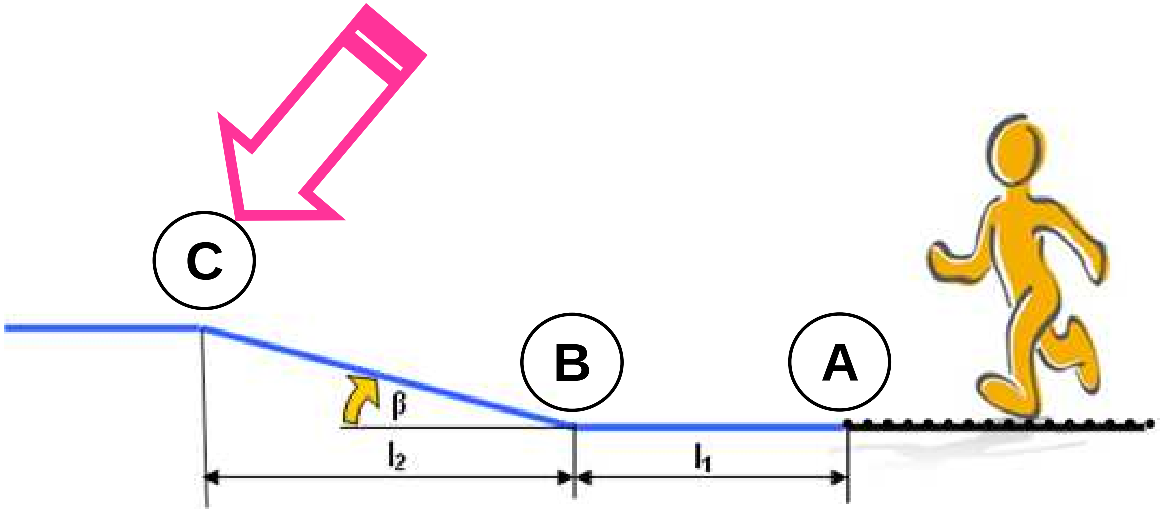
Wo (in welchem Teilbereich, an welcher Stelle) kenne ich die meisten Parameter?

In C soll Stillstand erreicht werden, also ist dort:

$E_{kinC} = m_{Es} * v^2/2 = 0$

Es ist der höchste Punkt erreicht, also ist dort, wenn die Bezugshöhe (willkürlich) in die Anlaufebene gelegt wird:

$E_{potC} = m_{Es} * g * h$



Leider ist h hier nicht explizit gegeben, lässt sich aber aus der Geometrie berechnen:

$h = l_2 * \tan\beta = l_2 * 10\% = 0{,}1 * l_2$

Übungen

Weg über Energieerhaltung

Manchmal empfiehlt sich eine schematische Darstellung, um Überblick über die beteiligten Energieformen zu gewinnen.

$E_{kinC} = m_{Es}*v^2/2 = 0$

$E_{potC} = m_{Es}*g*0{,}1*l_2$

Die innere bzw. durch Reibung dissipierte Energie erhält man als:

$U_C = W_{A\text{-}C} = W_{A\text{-}B} + W_{B\text{-}C} =$

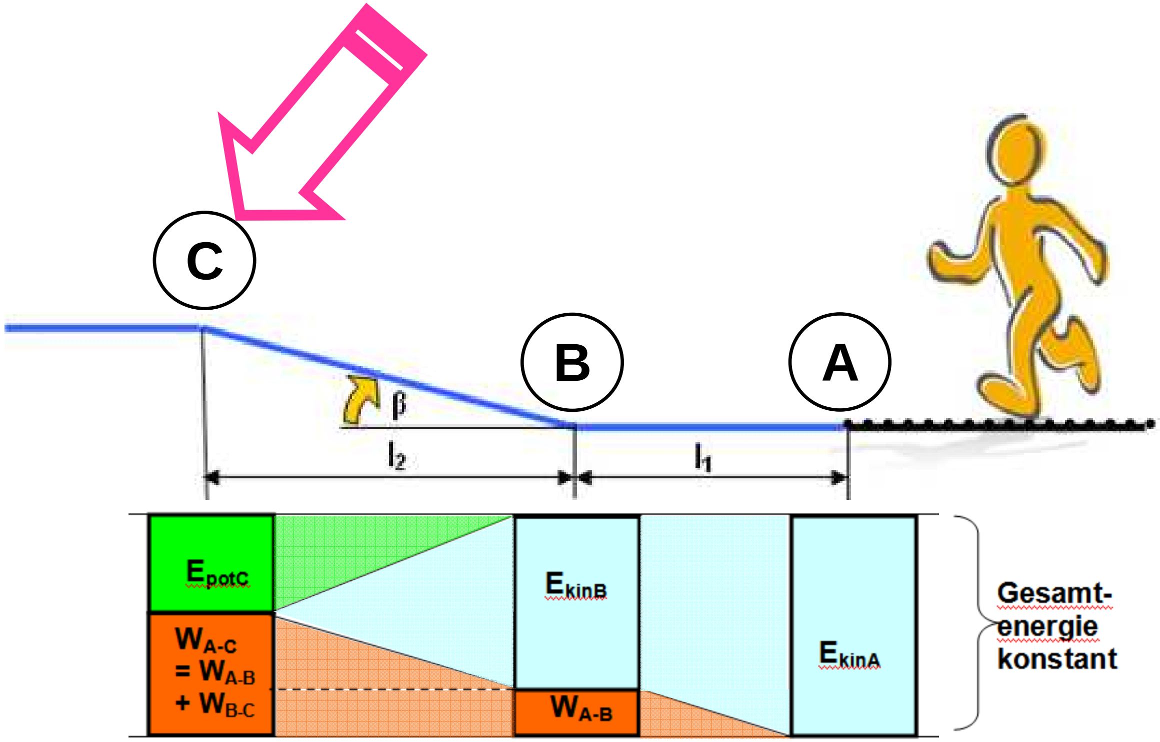
$= W_{A\text{-}B} + F_R*s_{B\text{-}C} =$

$= W_{A\text{-}B} + \mu*F_N*s_{B\text{-}C} =$

$= W_{A\text{-}B} + \mu*m_{Es}*g*\cos\beta*l_2/\cos\beta$

genähert (hier sogar genau)

$\sim W_{A\text{-}B} + \mu*m_{Es}*g*1*l_2/1$



Univ.-Prof. Dipl.-Phys. Dr.-Ing. Andreas Otto
Laser und Lasergestützte Fertigung

Übungen

Weg über Energieerhaltung

Dann wird der nächste Anknüpfungspunkt analysiert.

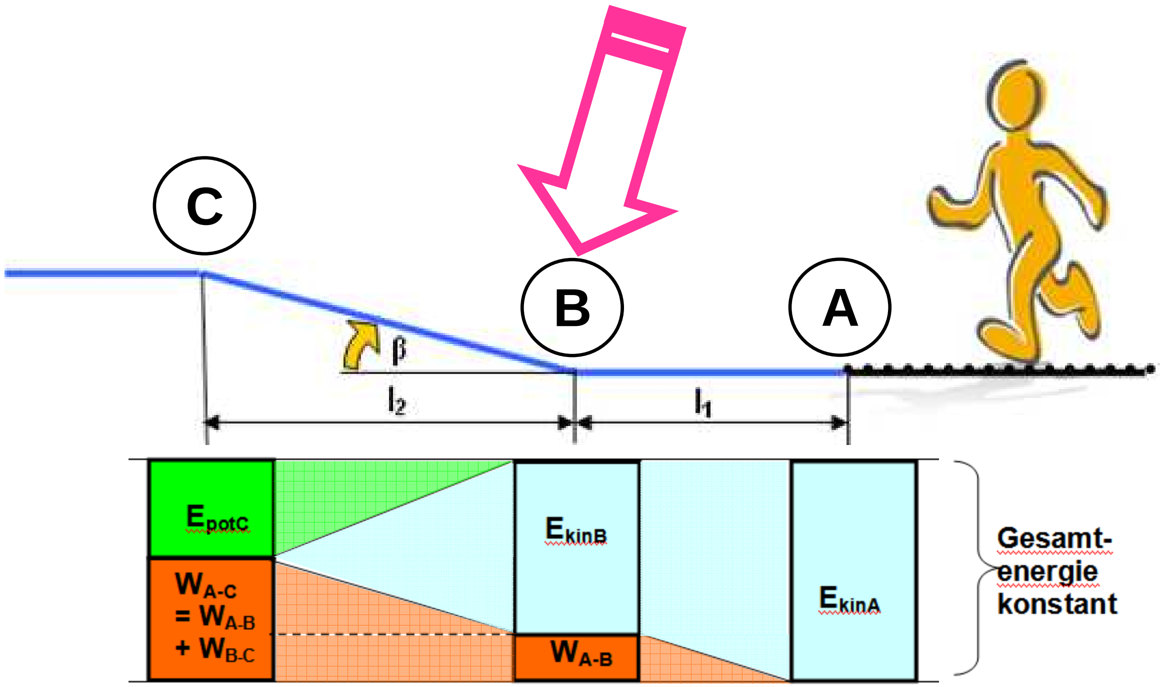
$E_{kinB} = m_{Es} * v_B^2/2$

$E_{potB} = m_{Es} * g * h = 0$

Die innere bzw. durch Reibung dissipierte Energie erhält man als:

$U_B = W_{A\text{-}B} = F_R * s_{A\text{-}B} = \mu * F_N * s_{A\text{-}B} =$

$= \mu * m_{Es} * g * l_1$



Übungen

Weg über Energieerhaltung

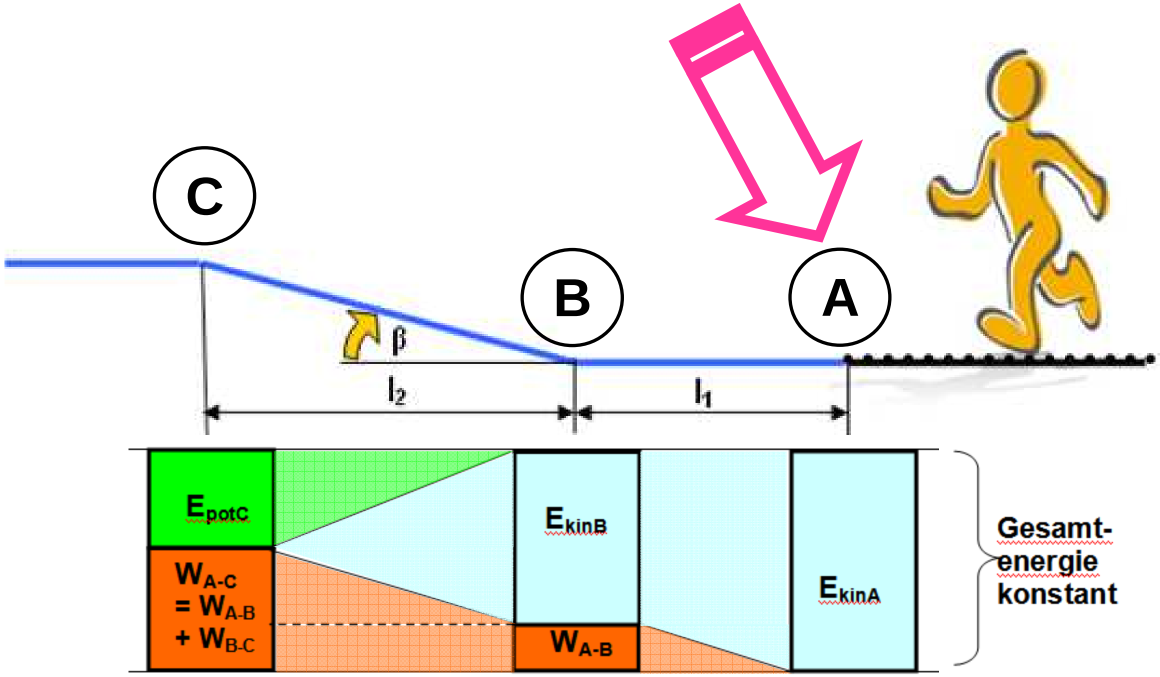
Dann wird der nächste Anknüpfungspunkt analysiert.

$E_{kinA} = m_{Es} * v_A^2 / 2$

$E_{potA} = m_{Es} * g * h = 0$

Reibung - - - ist noch nicht aufgetreten:

$U_A = 0$

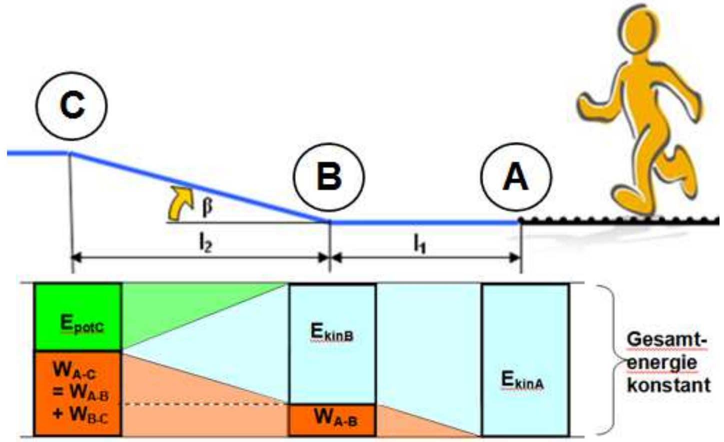


Univ.-Prof. Dipl.-Phys. Dr.-Ing. Andreas Otto
Laser und Lasergestützte Fertigung

Übungen

Weg über Energieerhaltung

Nun lassen sich die beiden unbekannten Geschwindigkeiten berechnen:



z.B.: $E_C = E_A$

$E_{kinC} + E_{potC} + W_{A\text{-}C} = E_{kinA} + E_{potA} + U_A$

$0 + m_{Es}*g*0{,}1*l_2 + \mu*m_{Es}*g*1*l_2/1 + \mu*m_{Es}*g*l_1 = m_{Es}*v_A^2/2 + 0 + 0$

$10*0{,}1*9 + 0{,}05*10*9 + 0{,}05*10*5 = v_A^2/2$

$v_A^2 = 18 + 9 + 5 = 32$ … v_A **= 5,65685 m/s** bzw. **20,36 km/h**

und: $E_B = E_A$

$E_{kinB} + E_{potB} + W_{A\text{-}B} = E_{kinA} + E_{potA} + U_A$

$m_{Es}*v_B^2/2 + 0 + \mu*m_{Es}*g*l_1 = m_{Es}*v_A^2/2 + 0 + 0$

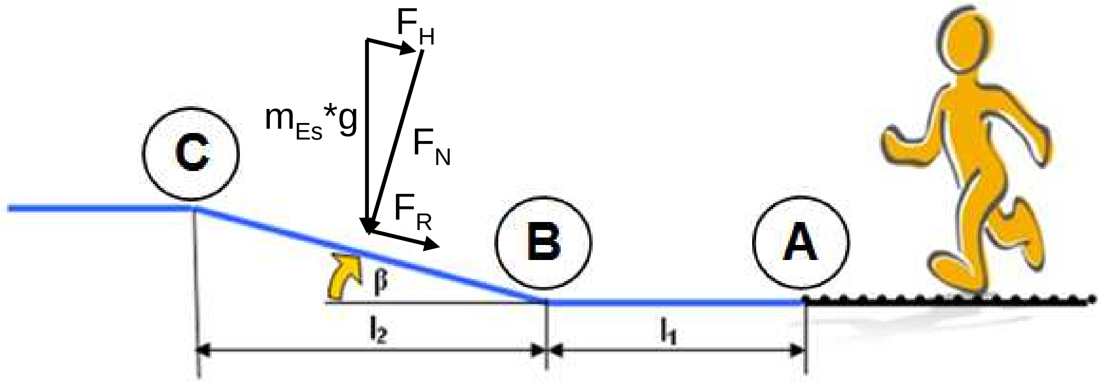
$v_B^2/2 + 0{,}05*10*5 = 16$

$v_B^2 = 32 - 5 = 27$ … v_B **= 5,19615 m/s** bzw. **18,71 km/h**

Univ.-Prof. Dipl.-Phys. Dr.-Ing. Andreas Otto
Laser und Lasergestützte Fertigung

Übungen

Weg über Bewegungsgleichungen



Im Bereich von B nach C gilt für den zurückgelegten Weg:

$s_2(t_2) = s_2 + v_B*t_2 - a_2*t_2^2/2$

Die Beschleunigung ist negativ, da die Kräfte eine Verzögerung (= negative Beschleunigung) verursachen.

Mit F = m*a lässt sich hier $a_2 = F_2/m_{Es}$ berechnen, wobei sich F_2 aus der Reibungskraft $F_R = \mu*F_N$ und aus der Hangabtriebskraft F_H zusammensetzt.

Aus der Geometrie ergibt sich:

$F_N = m_{Es}*g*\cos\beta$ und $F_H = m_{Es}*g*\sin\beta$

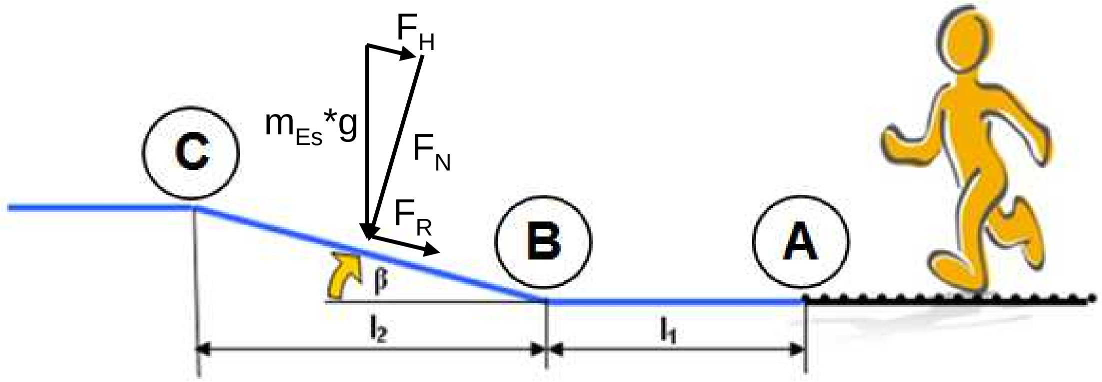
also $F_2 = F_H + F_R = m_{Es}*g*\sin\beta + \mu*m_{Es}*g*\cos\beta$ und $a_2 = g*\sin\beta + \mu*g*\cos\beta$

An der Stelle C muss daher gelten:

$s_2 = 0 + v_B*t_2 - g*(\sin\beta + \mu*\cos\beta)*t_2^2/2$

Übungen

Weg über Bewegungsgleichungen



Für die Geschwindigkeit in Punkt C

lautet die Gleichung

$v_2(t_2) = v_B - a_2{*}t_2$ und die Bedingung $v_C = 0$

Mit den Näherungen in a_2, $\sin\beta = \tan\beta = 10\%$ und $\cos\beta = 1$ ergibt sich:

$0 = v_B - (1 + 0{,}5^*)t_2$ also $t_2 = v_B/1{,}5 = 2{*}v_B/3$

Und in der Streckengleichung:

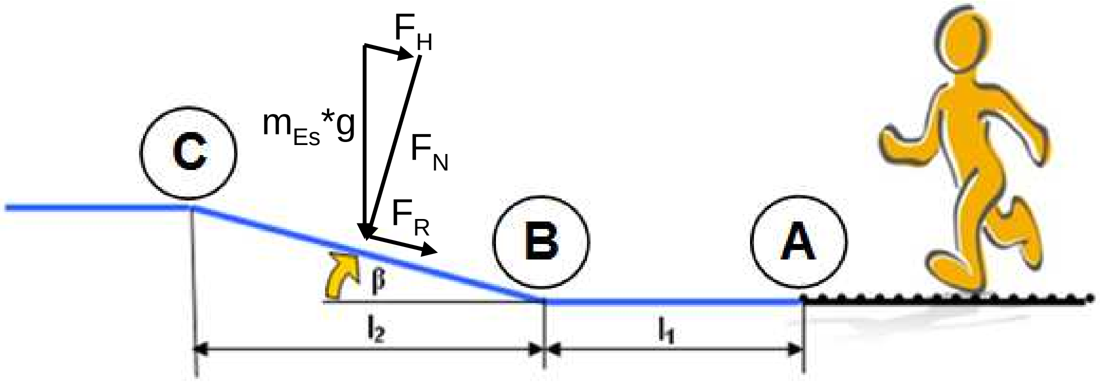
$s_2(t_2) = l_2/\cos\beta = l_2 = 0 + 2{*}v_B^2/3 - \tfrac{3}{4}{*}(4{*}v_B^2/9) = v_B^2/3$

$v_B^2 = 3{*}l_2 = 3{*}9 = 27$ **v_B = 5,19615 m/s bzw. 18,71 km/h**

Univ.-Prof. Dipl.-Phys. Dr.-Ing. Andreas Otto
Laser und Lasergestützte Fertigung

Übungen

Weg über Bewegungsgleichungen



Im Bereich zwischen A und B fällt die Hangabtriebskraft weg. Der Rest lässt sich analog berechnen und man erhält:

$v_A^2 = 32$ … **v_A = 5,65685 m/s bzw. 20,36 km/h**

Zur Überprüfung von Ergebnissen empfiehlt sich immer eine Dimensionskontrolle!