



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
WIEN

# Physik für Maschinenbau

**Vorlesung 311.123 Wintersemester 2019/20**

Univ.-Prof. Dipl. Phys. Dr.-Ing. Andreas Otto

Wien, 10.12.2019

# Kinematik

Um den Blick auf die jeweils betrachteten physikalischen Phänomene nicht zu beeinträchtigen, haben wir bisher meist Wechselwirkungen mit der Umgebung ausgeschlossen (ausgenommen zuletzt beim Stoß). Dies hängt aber in keiner Weise mit geringerer Bedeutung zusammen.

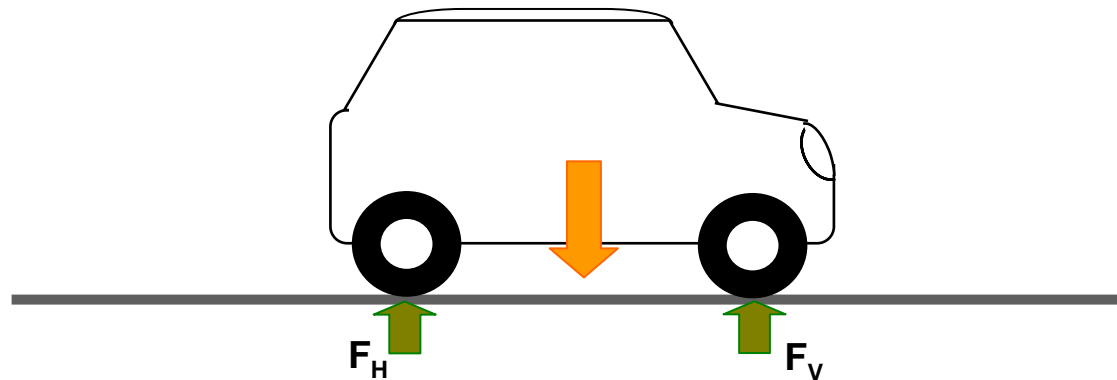


007 hat einer reibungsfreien Betrachtung bzw. Durchführung vehement widersprochen und „Her Majesty“ was „not amused.“



## Reibung

Die Übertragung von Kräften an Berührungsflächen zweier Körper senkrecht auf diese Flächen ist intuitiv sofort erfassbar und ist bereits in der Lex Tertia festgehalten. Die Gewichtskraft senkrecht auf die Fahrbahnfläche wird durch Gegenkräfte von der Fahrbahn auf die Reifen ausgeglichen.

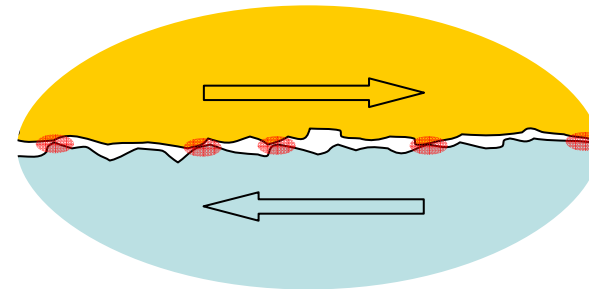


Damit aber ein Fahren mit Wechsel der Bewegungsgrößen (Beschleunigung, Bremsung) und definierter Richtung (Lenken) möglich ist, müssen auch Kräfte in Richtung der Kontaktfläche zwischen Reifen und Fahrbahn übertragen werden.

## Reibung - trocken

Betrachtet man zwei ebene Oberflächen im mikroskopischen Bereich, wird deutlich, dass „eben“ eine Idealisierung darstellt, die man für eine genaue Betrachtung verwerfen muss.

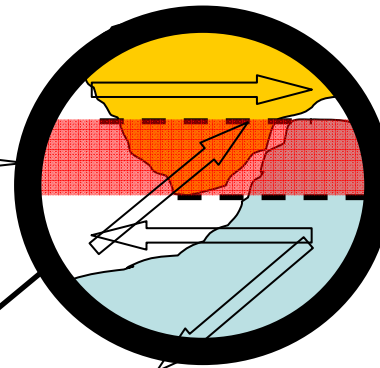
Bei Annäherung zweier Oberflächen, erfolgt die Übertragung von Wechselwirkungen an einigen wenigen Stellen.



Um dort eine Bewegung in Richtung der idealisierten Berührungsfläche zu ermöglichen, müssen gleichzeitig Widerstände unterschiedlicher Art überwunden werden. Einerseits muss Raumforderungen durch elastische (reversible) und plastische (irreversible) Verformungen nachgegeben werden, andererseits sind atomare Anziehungskräfte zu überwinden.

## Reibung - trocken

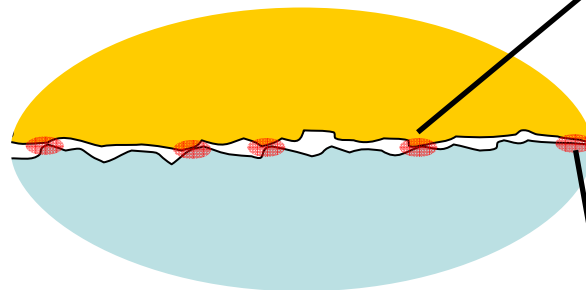
Erhebungen und Täler treffen aufeinander und behindern damit eine Querbewegung.



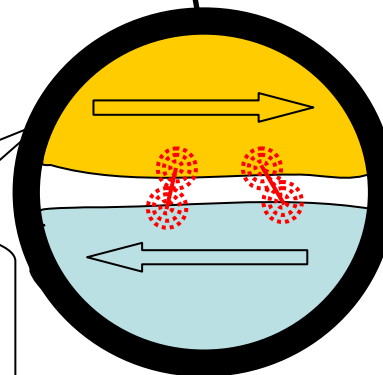
### Raumforderung

Nachgeben durch elastische und plastische Verformung, oder

Ausweichen gegen Normalkraft



Die Annäherung ist so weitgehend, dass atomare Bindungskräfte relevant werden.

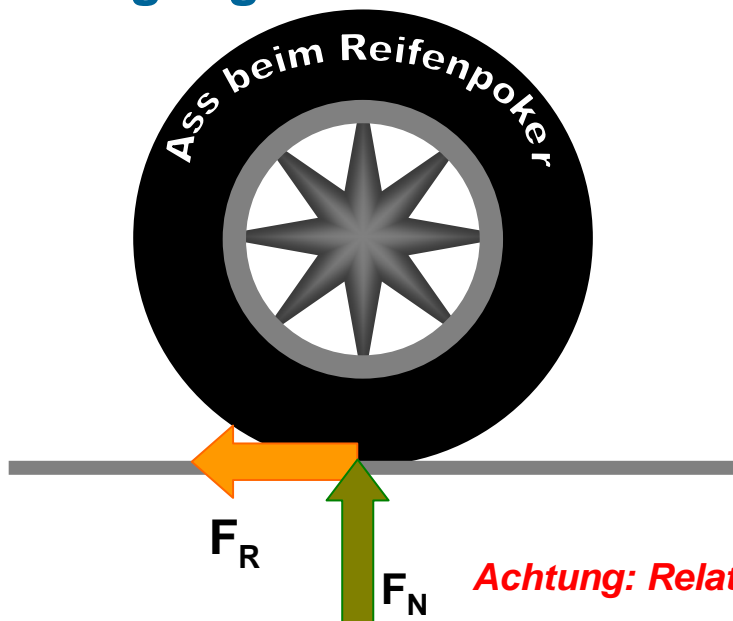


### Atomare Bindungskräfte

Trennung durch Vergrößerung des Abstands gegen die Kraft mit Nachschwingungen der Atome (Untersuchungen von Tomlinson)

## Reibung

Im Falle trockener Reibung (keine Schmiermittel auf der Kontaktfläche) zeigen Untersuchungen der Reibkraft  $F_R$  einen direkten Zusammenhang mit der Kraft  $F_N$ , senkrecht zur Kontaktfläche, mit der Materialpaarung und der Oberflächenbeschaffenheit, aber *nicht* mit der Größe der Kontaktfläche, oder der Geschwindigkeit der Bewegung.



Trockene Reibung wird auch Coulomb'sche Reibung genannt.

$$F_R = \mu * F_N$$

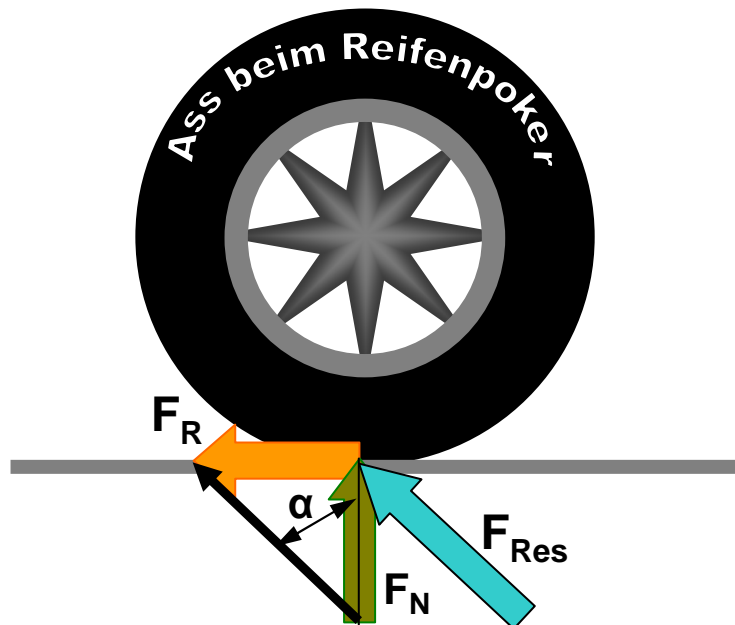
Reibungskoeffizient, von Materialpaarung abhängig

**Achtung: Relativbewegung Reifen/Fahrbahn - nicht Rollreibung!**

## Reibung

Der Winkel, den die resultierende Kraft  $F_{Res}$  an der Kontaktstelle mit der Vertikalen maximal einschließen kann, repräsentiert den Reibungskoeffizienten  $\mu$ .

$$F_R = \mu \cdot F_N = F_N \cdot \tan \alpha$$



Erreicht der  $\tan \alpha$  den Wert von  $\mu$ , beginnt Gleiten der Oberflächen an der Kontaktstelle einzusetzen und gleichzeitig der Wert von  $\mu$  zu sinken. Es müssen die Fälle also hinsichtlich Relativbewegung an der Kontaktstelle unterschieden werden.

**Achtung: Relativbewegung Reifen/Fahrbahn - nicht Rollreibung, diese entsteht durch Verformung des Reifens unter Last**



## Reibung

Man unterscheidet Haftreibung (bis zu jener Schwellkraft, die ein Gleiten zwischen den Oberflächen bewirkt) und Gleitreibung (jene Kraft, die eine kontinuierliche Relativbewegung zwischen den Oberflächen aufrecht hält) und berücksichtigt das unterschiedliche Verhalten durch  $\mu_H$  für Haftreibung und  $\mu_G$  für Gleitreibung.

Materialpaarung	Reibungskoeffizient	
	$\mu_H$	$\mu_G$
Stahl/Stahl	0,08 - 0,25	0,06 - 0,2
Stahl/PTFE	0,04	0,04
NaCl/NaCl	4,5	0,9
Gummi/Asphalt	0,9 - 1,3	0,8
Holz/Stein	0,7	0,3

Quelle: Wikipedia

$$\mu_G < \mu_H$$

Durch Reibung geht kinetische Energie verloren. Genauer betrachtet wird sie in eine andere Energieform umgewandelt und bleibt als Wärme im System erhalten. (Bsp.: Qualmende Reifen beim Bremsen mit blockierenden Rädern, oder bei durchdrehenden Rädern beim Beschleunigen, etc.)

## Reibung

Erinnerung

Welche Kraft wirkt bei Vollbremsung auf ein F1 Auto (Masse 620kg) und auf einem PKW (Masse 1500kg)?

Die Bremsung erfolgte bei einer Geschwindigkeit von 120mph.

$$v_0 = 193\text{km/h,}$$

$$v_{\text{Stop}} = 0\text{km/h}$$

Annahme: Verzögerung gleichförmig

$$a_{\text{PKW}} = \Delta v / \Delta t / g = - 1,35g$$

$$a_{\text{F1}} = \Delta v / \Delta t / g = - 2,58g$$

g ... Erdbeschleunigung

00:00:04:05

$$F_{\text{PKW}} = 1500\text{kg} \cdot (0\text{m/s} - 53,6\text{m/s}) / 4,05\text{s} =$$

$$= - 19.851,9\text{kgm/s}^2$$

00:00:02:12

$$F_{\text{F1}} = 620\text{kg} \cdot (0\text{m/s} - 53,6\text{m/s}) / 2,12\text{s} =$$

$$= - 15.675,5\text{kgm/s}^2$$

**Diese Seite nicht ausdrucken**  
**Bespielrechnungen werden später veröffentlicht**

**Diese Seite nicht ausdrucken**  
**Bespielrechnungen werden später veröffentlicht**

**Diese Seite nicht ausdrucken**  
**Bespielrechnungen werden später veröffentlicht**

## Reibung

Alle resultierenden Gesamtkräfte, die an der Kontaktstelle übertragen werden können, liegen innerhalb eines geraden, rotationssymmetrischen Kegels mit dem Öffnungswinkel  $2\cdot\alpha$  und einer, auf die Kontaktfläche, senkrechten Achse, dem „Reibkegel“.



$$F_R = \mu \cdot F_N = F_N \cdot \tan\alpha \quad \dots$$

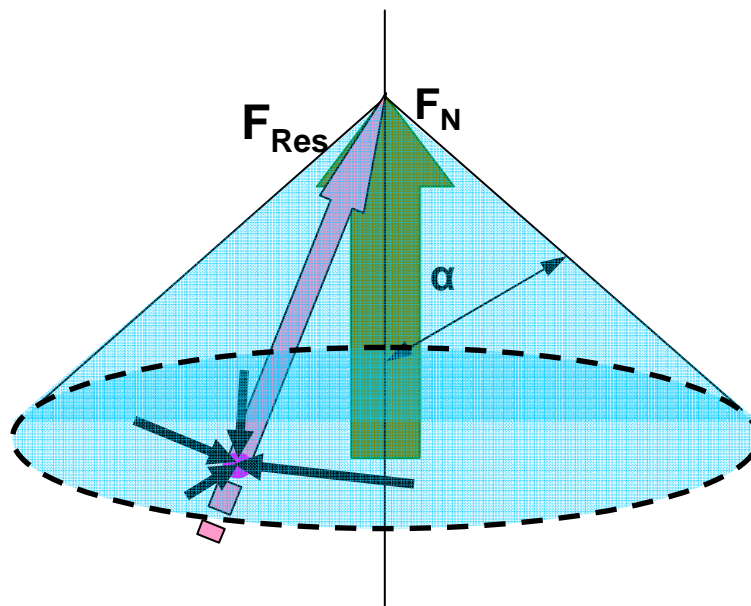
... Maximum übertragbarer Reibkraft

Reibkegel ... mit Öffnungswinkel  $2\cdot\alpha$

**Achtung: Relativbewegung Reifen/Fahrbahn - nicht Rollreibung!**

## Reibung

Liegt die resultierende Gesamtkraft  $F_{\text{Res}}$  innerhalb des Kegels, so können innerhalb der Kontaktfläche liegende zusätzliche Kräfte beliebiger Richtung unterschiedlicher Größe übertragen werden, solange die Vektorsumme  $F_{\text{Res}}$  innerhalb des Kegels bleibt.

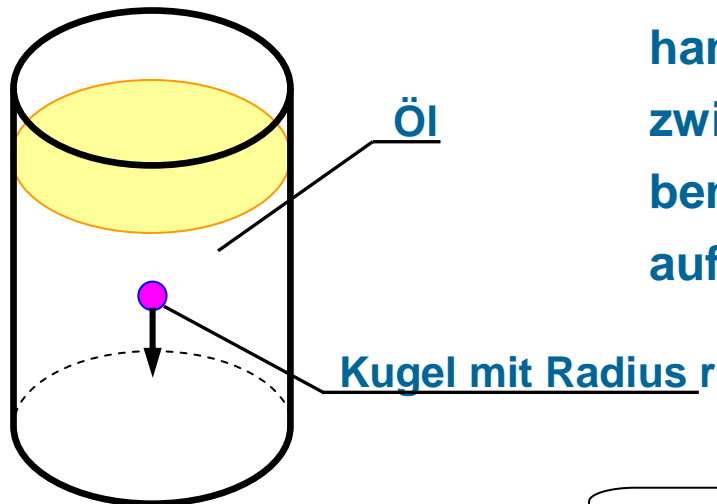


Liegt die resultierende Gesamtkraft  $F_{\text{Res}}$  auf dem Kegelmantel, dann kann keine Kraft, die in der Vektorsumme eine Vergrößerung von  $\alpha$  zur Folge hat, zusätzlich übertragen werden.

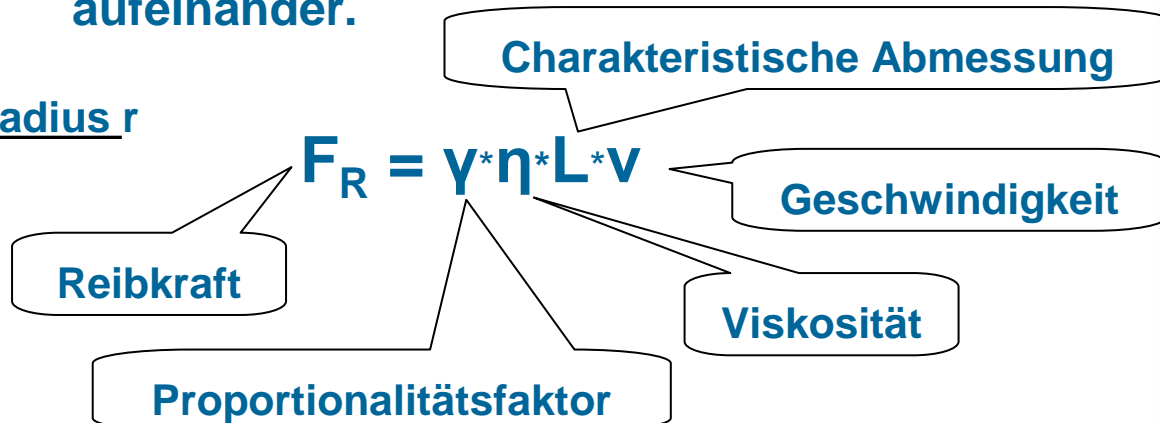
Ein blockierender Reifen (Übergang von Haftreibung in Gleitreibung) kann keine Lenkkräfte mehr übertragen. (ABS in Kfz)

## Reibung

Viskose Reibung (auch Stokes-Reibung) liegt vor, wenn ein fester Körper geringer Abmessungen in viskoser Flüssigkeit (Newton Fluid) laminar mit geringer Geschwindigkeit umströmt wird.



Es ergibt sich ein proportionaler Zusammenhang zwischen der Relativgeschwindigkeit zwischen einem festen Körper und einer umgebenden Flüssigkeit und deren Kraftwirkung aufeinander.



$$F_{RKugel} = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r \cdot v$$

$$v_{Kugel} = m \cdot g / (6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r)$$

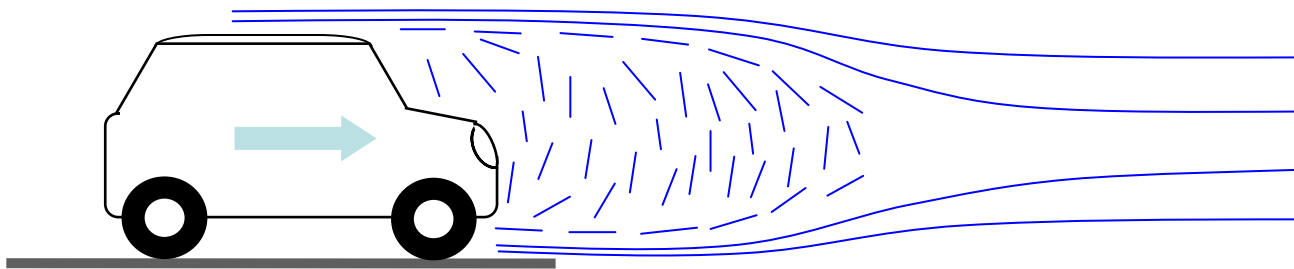
Sinkgeschwindigkeit der Kugel zufolge Schwerkraft

Quelle: Physik Formelsammlung - Mit Erläuterungen und Beispielen aus der Praxis für Ingenieure und Naturwissenschaftler von Peter Kurzweil, Bernhard Frenzel, Florian Gebhard



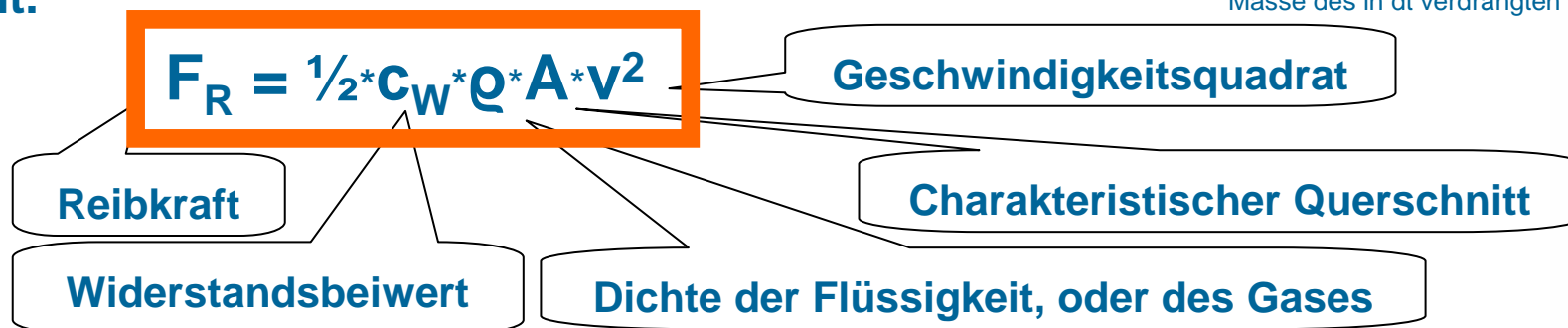
## Reibung

Ohne die Einschränkung auf kleine Abmessungen und geringe Geschwindigkeiten, haben wir es mit turbulenter Strömung zu tun und müssen das Newton'sche Reibungsgesetz heranziehen.



Der Körper muss die vor ihm liegende Fluidsäule auf seine Geschwindigkeit beschleunigen, wobei die Arbeit, die innerhalb einer Zeiteinheit  $dt$  gegen die Reibung zu leisten ist, einerseits  $W = F_R \cdot v \cdot dt$  und andererseits  $W \sim \frac{1}{2} \cdot A \cdot v \cdot dt \cdot \rho \cdot v^2$  entspricht.

Masse des in  $dt$  verdrängten Fluids

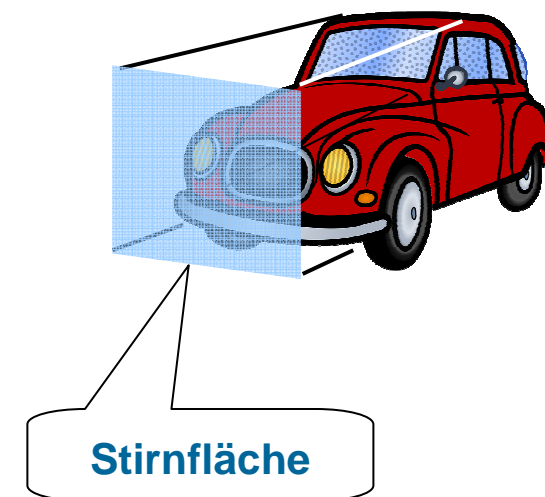


## Reibung

Der charakteristische Querschnitt ist meist die Stirnfläche des umströmten Objekts, in der Flugzeugtechnik jedoch die Flügelfläche.

Wert	Form
2,3	Halbrohr lang, konkave Seite
2	lange Rechteckplatte
1,33	Halbkugelschale, konkave Seite, Fallschirm
1,2	Halbrohr lang, konvexe Seite
1,2	langer Zylinder, Draht ( $Re < 1,9 \cdot 10^5$ *)
1,11–1,17	runde Scheibe, quadratische Platte
0,78	Mensch, stehend
0,6	Gleitschirm im Normalflug
0,45	Kugel ( $Re < 1,7 \cdot 10^5$ )
0,35	langer Zylinder, Draht ( $Re > 6,7 \cdot 10^5$ *)
0,34	Halbkugelschale, konvexe Seite
0,09–0,18	Kugel ( $Re > 4,1 \cdot 10^5$ )
0,05	Tropfen stromlinienförmig
0,03	Pinguin
0,25-0,40	PKW

\*) Reynoldszahl ... beschreibt das Turbulenzverhalten





**Kann das sein?**

**007 löst zumindest kurzfristig beidseitig seinen Griff, um nach vor zu klettern und wird nicht sofort vom Luftzug weggerissen.**

**Diese Seite nicht ausdrucken**  
**Bespielrechnungen werden später veröffentlicht**

**Diese Seite nicht ausdrucken**  
**Bespielrechnungen werden später veröffentlicht**

## Reibung

**Betrachtung von Kenngrößen beim Kfz.**

Bei verlustfreier Betrachtung für Bewegung in der Ebene mit

$P = W/t$  und besser noch mit  $W = F \cdot s$  umgeformt zu

$P = F \cdot s/t$  und darin ersetzt  $s/t = v$ , also

$$P = F \cdot v$$

ist keine Begrenzung der Geschwindigkeit erkennbar. Die treibende Kraft würde zwar immer mehr sinken, aber im entsprechenden Maß die Geschwindigkeit zunehmen.

Der Luftwiderstand setzt diesem Verhalten deutliche Grenzen, wie Sie in Übungsaufgabe Nr. 13 nachrechnen können.

Welche Features interessieren Sie an einem Auto?

- Die Anzahl der Getränkehalter? (wie z. B. US Autokäufer nach einer Studie von Price, Waterhouse and Coopers im Jahr 2007)
- Das Infotainmentsystem?
- Der Spurhalteassistent?
- Die Einparkhilfe?

Es soll noch Leute geben, für die die Beschleunigungswerte von Interesse sind.

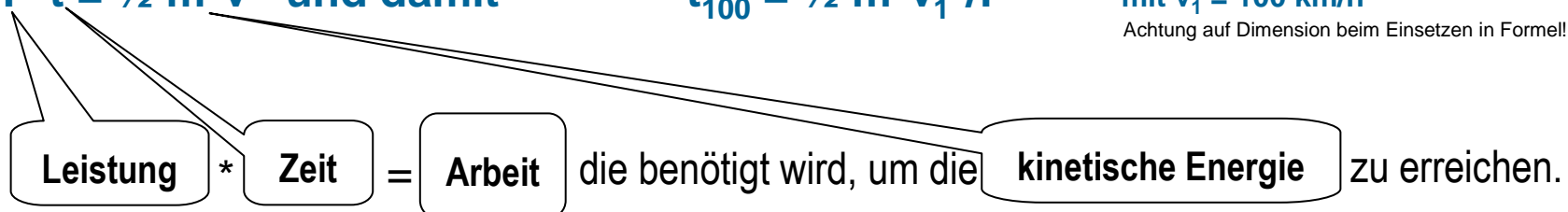
Für die Beschleunigung steht der Zusammenhang mit der Massenträgheit im Vordergrund. Der angegebene Vergleichswert ist die Zeit  $t_{100}$ , die bis zum Erreichen der Geschwindigkeit  $v = 100 \text{ km/h}$  vergeht. Aus dem Zusammenhang zwischen kinetischer Energie und Leistung lässt sich  $t_{100}$  berechnen.

$P \cdot t = \frac{1}{2} m \cdot v^2$  und damit

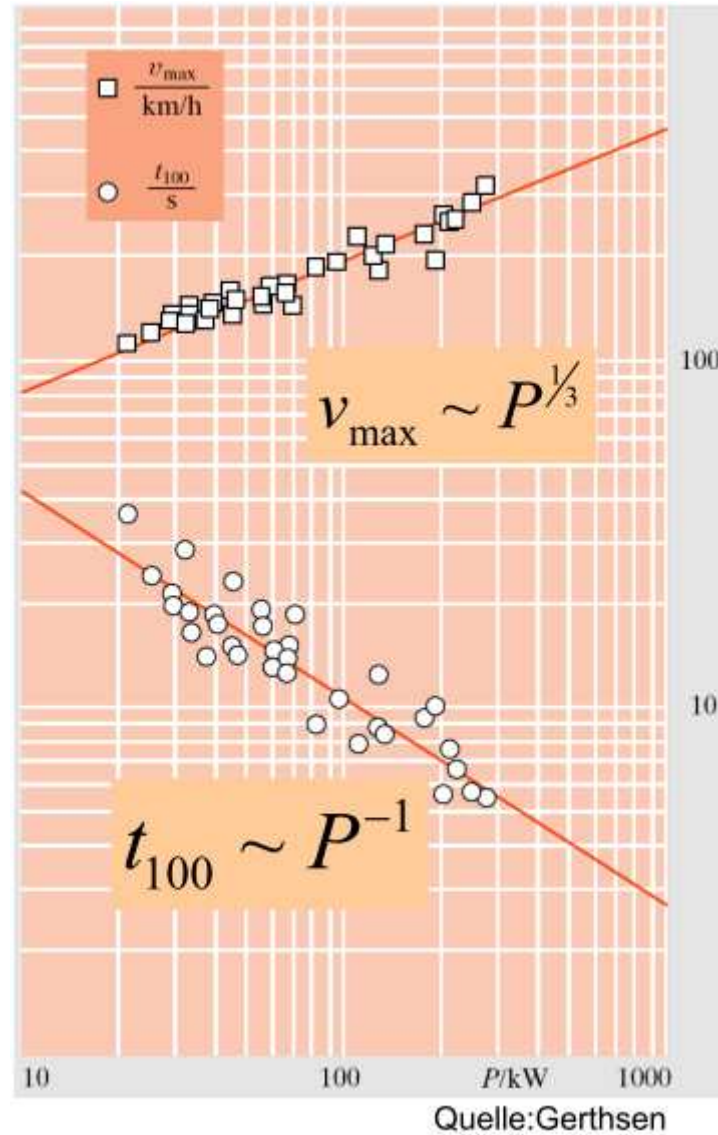
$t_{100} = \frac{1}{2} m \cdot v_1^2 / P$

mit  $v_1 = 100 \text{ km/h}$

Achtung auf Dimension beim Einsetzen in Formel!



Maximalgeschwindigkeit und  
Beschleunigung in Abhängigkeit  
von der Motorleistung





## Feld

Im Zusammenhang mit Gravitationsphänomenen haben wir den Feldbegriff schon kennengelernt. Allgemeiner gilt:



Felder geben einerseits die räumliche Verteilung bestimmter physikalischer Eigenschaften an: Beispielsweise kann die räumliche Verteilung der Temperatur einer Herdplatte durch ein Temperaturfeld beschrieben werden oder die räumliche Verteilung der Dichte in einem Körper durch ein Massendichtefeld. In diesem Sinne ist ein Feld ein mathematisches Hilfsmittel, das die eigentlich punktwise definierten physikalischen Eigenschaften eines ausgedehnten oder aus Untersystemen zusammengesetzten Systems in einer Größe, *dem Feld*, zusammenfasst.

Quelle:wikipedia

## Feld

Aber auch eine andere Interpretation ist möglich:



Ein Feld kann aber auch eine eigenständige physikalische Entität sein, die nicht als zusammengesetztes System oder mathematische Hilfsgröße angesehen werden darf.

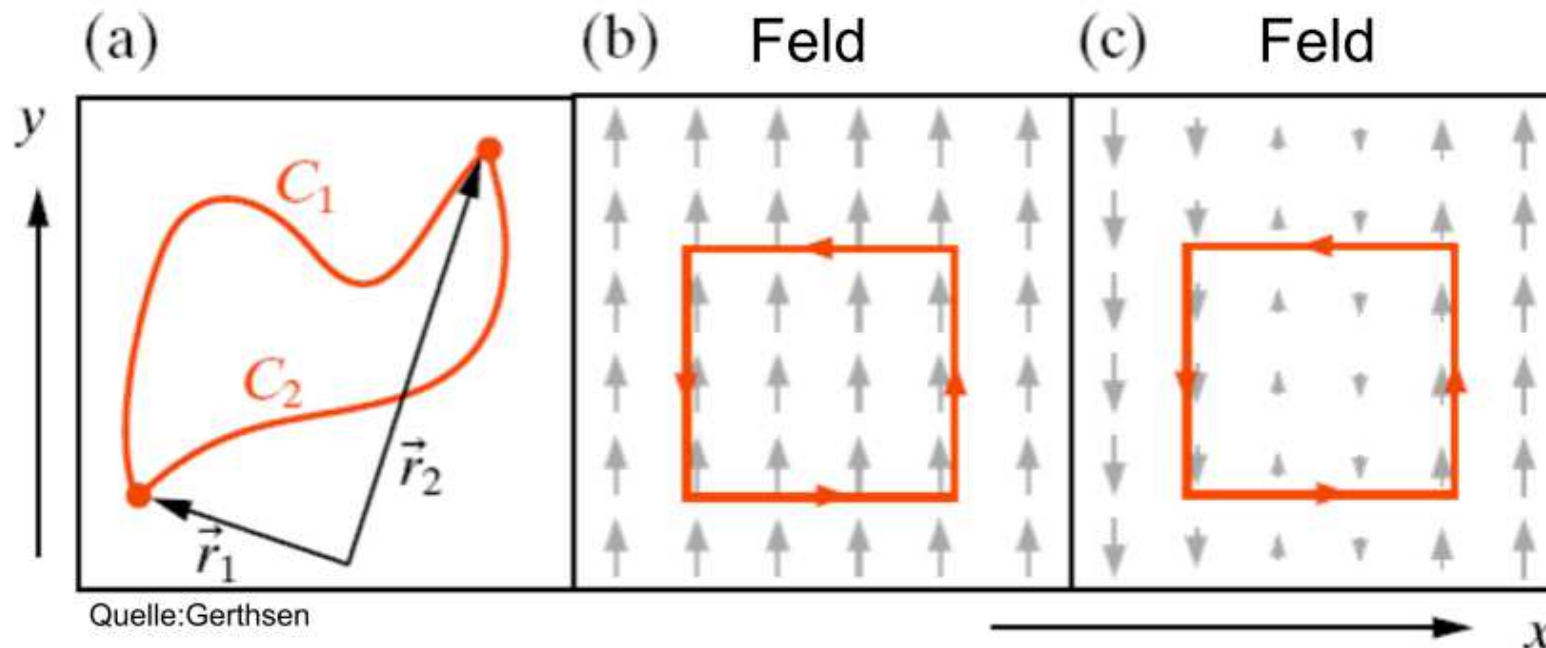
In diesem Sinne kann z. B. das elektrische Feld  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  einerseits einfach nur als räumliche Verteilung der elektrischen Feldstärke angesehen werden, oder aber als eigenständiges nicht reduzierbares System.

Quelle:wikipedia

Kraftfelder und Arbeit **oder „100 Klimmzüge sind keine Arbeit!“**

konservatives

dissipatives



$$W = \int_{C_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{C_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

oder 
$$\oint_{C_1+C_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$$

In einem konservativen Feld (Potentialfeld) ist die Gesamtarbeit für jeden abgeschlossenen Weg gleich Null.

**Der Großteil unserer bisherigen Betrachtungen (insbesondere vor Luftwiderstand) bezog sich auf Materie im festen Aggregatzustand. Physik beschränkt sich natürlich nicht nur darauf.**

**Fluide ...**

**gemeinsamer Begriff für Flüssigkeiten und Gase.**

**Ein wesentliches gemeinsames Merkmal ist, dass im Ruhezustand keine Schubspannungen auftreten können.**

... Es

war ein

warmer Sommerabend

im antiken Griechenland ...

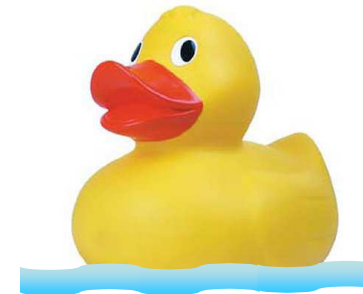


... wozu Syrakus auf Sizilien  
damals gehörte, ...

wo Archimedes planschte ...



Heureka!!!



## Archimedisches Prinzip:

Der statische Auftrieb eines Körpers in einem Medium ist genauso groß, wie die Gewichtskraft des vom Körper verdrängten Mediums.

$$|F_{Ah}| = |V_v \cdot \rho_{\text{Medium}} \cdot g|$$

Erdbeschleunigung

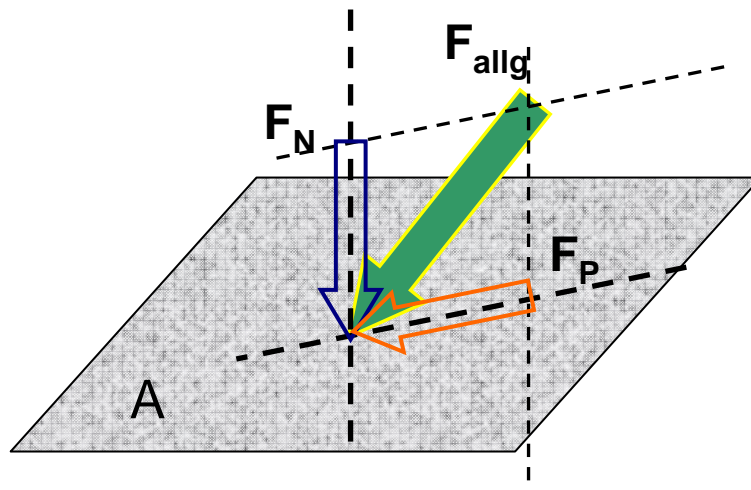
Dichte des Mediums

Verdrängtes Volumen

Auftriebskraft (hydrostatisch)

## Kräfteverhältnisse in Fluiden

Kräfte die auf Oberflächen wirken, kann man allgemein in eine senkrechte Komponente und eine in Oberflächenrichtung zerlegen.



Die Normalkraft  $F_N$  erzeugt die Druckspannung  $p = F_N/A$ .

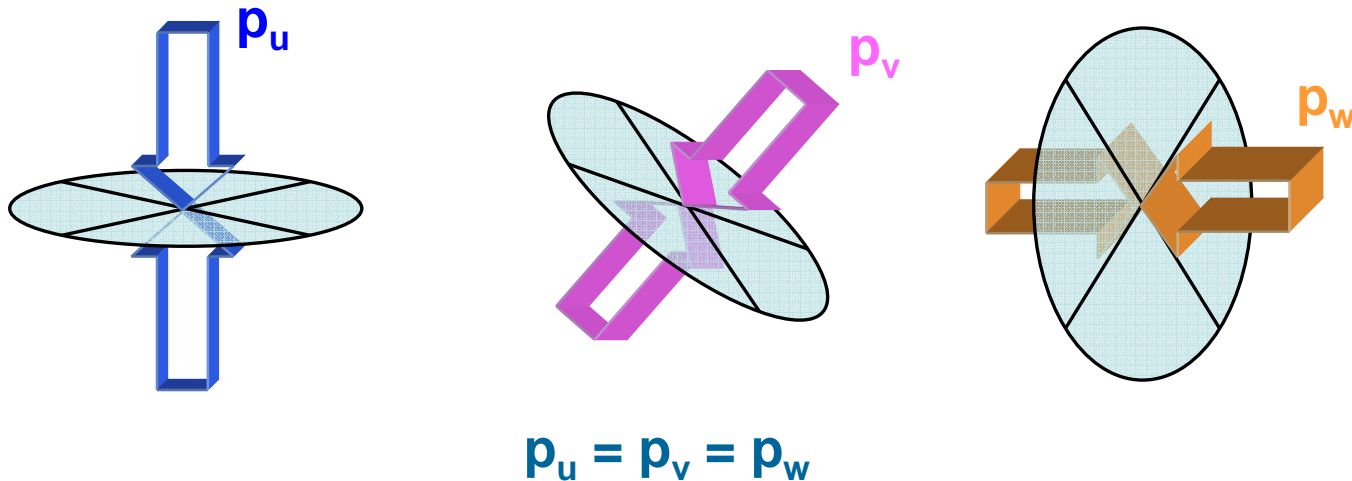
Die Parallelkraft  $F_P$  erzeugt die Schubspannung  $\tau = F_P/A$ .

Die nahezu unbehinderte Beweglichkeit der Teilchen gegeneinander ist Ursache der Schubspannungsfreiheit in statischen Fluiden. Es verbleibt nur der hydrostatische Druck.



## Hydrostatischer Druck

Aus gleichem Grund ist er richtungsunabhängig.

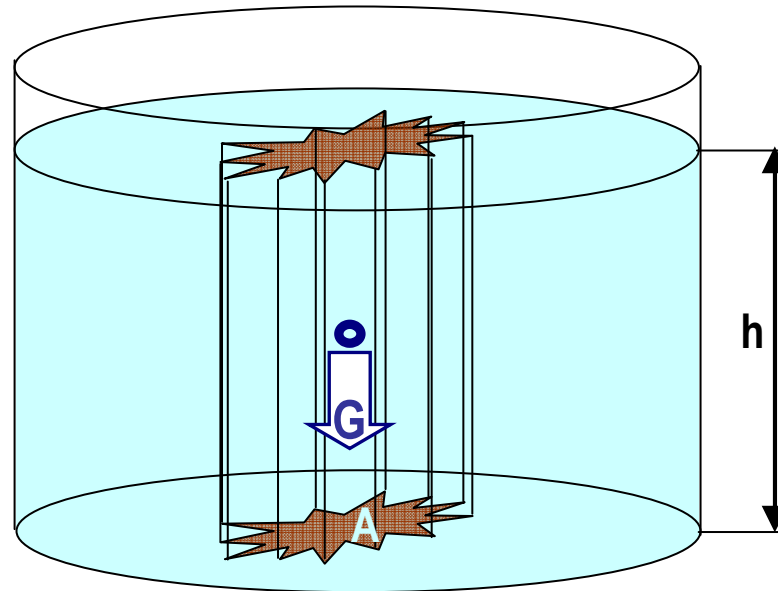


**Pascalsches Prinzip:** In ruhenden Flüssigkeiten steht der Druck senkrecht auf jede in ihr liegende Schnittfläche.

So wird auch jede Druckänderung an einer Stelle gleichförmig innerhalb des gesamten Fluids weitergeleitet.

## Hydrostatischer Druck

Die gesamte Masse der Fluidanteile deren Kraftwirkungslinien die Fläche treffen lastet auf derselben.



Wie groß ist die Gewichtskraft des Fluids und schließlich der Druck auf die ausgewählte Fläche A?

*Umgebungsdruck = 0*

$$G = m_{\text{Fluid}} \cdot g$$

$$m_{\text{Fluid}} = V_{\text{Fluid}} \cdot \rho_{\text{Fluid}}$$

$$V_{\text{Fluid}} = A \cdot h$$

damit:

$$G = A \cdot h \cdot \rho_{\text{Fluid}} \cdot g$$

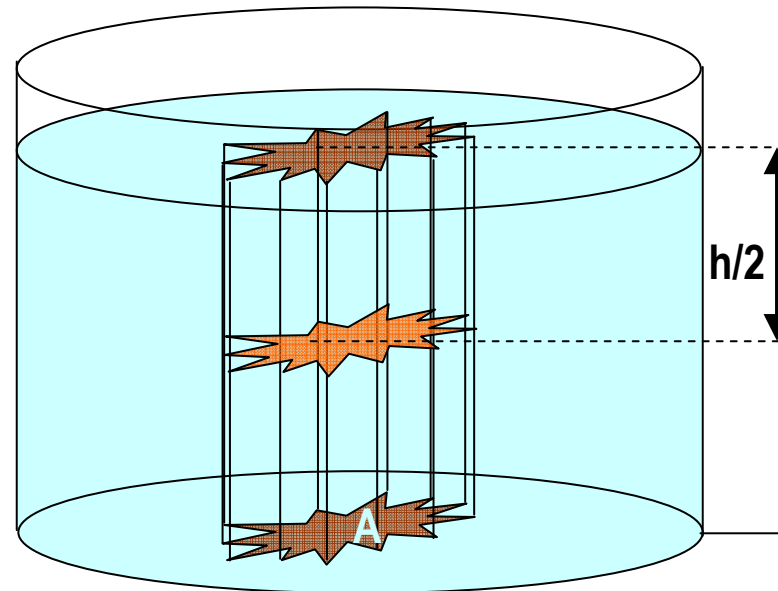
$$p = G/A = \rho_{\text{Fluid}} \cdot g \cdot h$$

*... unabhängig von der Fläche*

## Hydrostatischer Druck

Umgebungsdruck = 0

Auf halber Höhe bzw.  
Tiefe?

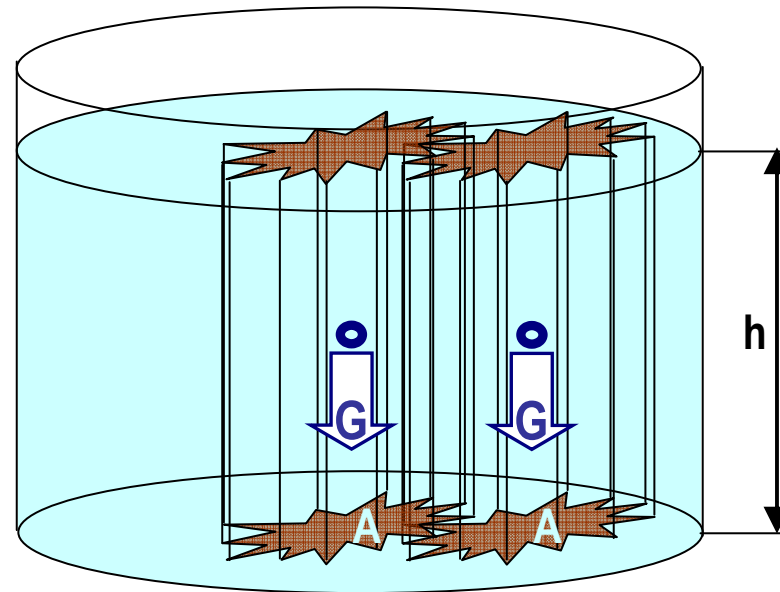


$$p = G/A = \rho_{\text{Fluid}} * g * h/2$$

## Hydrostatischer Druck

*Umgebungsdruck = 0*

An anderer Position?

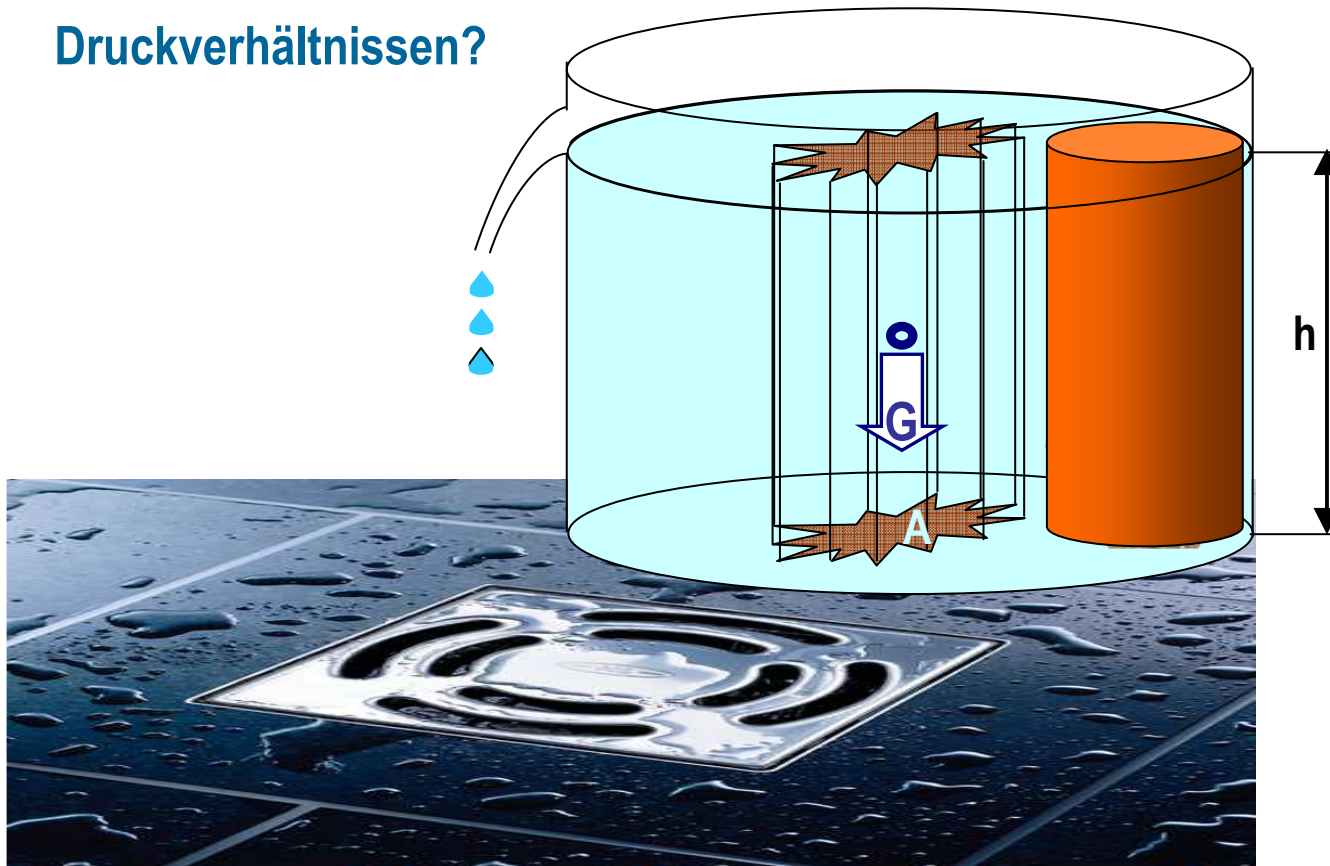


$$p = G/A = \rho_{\text{Fluid}} * g * h$$

## Hydrostatischer Druck

Ändert das etwas an den  
Druckverhältnissen?

*Umgebungsdruck = 0*

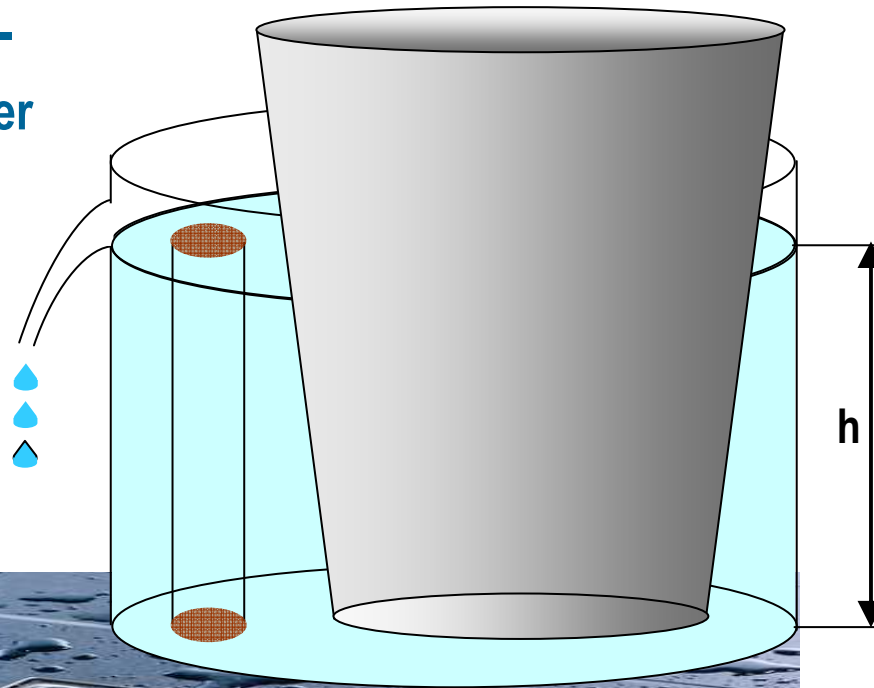


weder noch ...

$$p = G/A = \rho_{\text{Fluid}} * g * h$$

## Hydrostatischer Druck

Die Form der Wandbegrenzung oder der Querschnittsfläche hat keinen Einfluss auf die Druckverhältnisse.



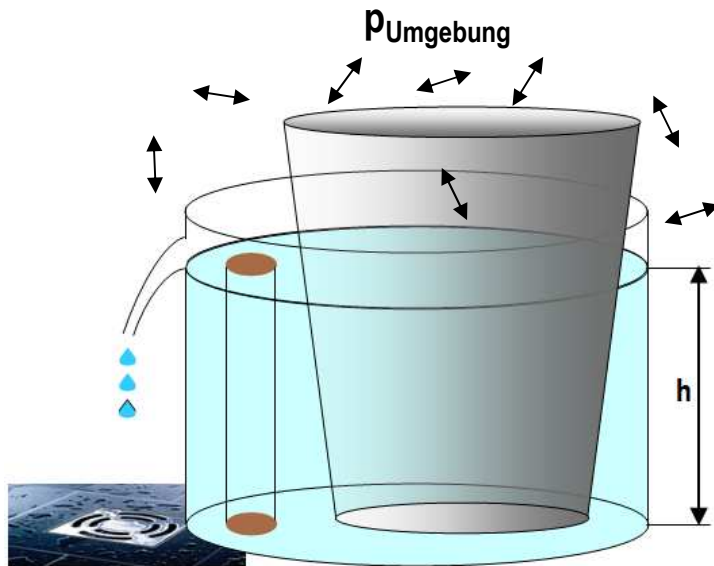
*Umgebungsdruck = 0*

Es bleibt bei der reinen Abhängigkeit von der Fluidichte und der Eintauchtiefe.

$$p = G/A = \rho_{\text{Fluid}} \cdot g \cdot h$$

## Hydrostatischer Druck

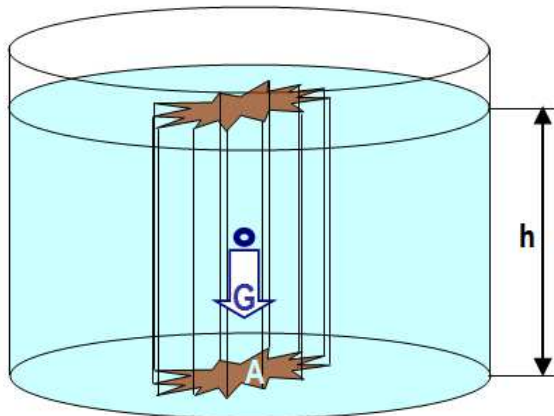
Umgebungsdruck = 0 ... ???



*Die grundsätzlichen Zusammenhänge ändern sich nicht, wenn ein konstanter zusätzlicher Umgebungsdruck berücksichtigt wird.*

$$p(h) = p_{\text{Umgebung}} + G/A = p_{\text{Umgebung}} + \rho_{\text{Fluid}} \cdot g \cdot h$$

## Hydrostatischer Druck

*Umgebungsdruck = 0*

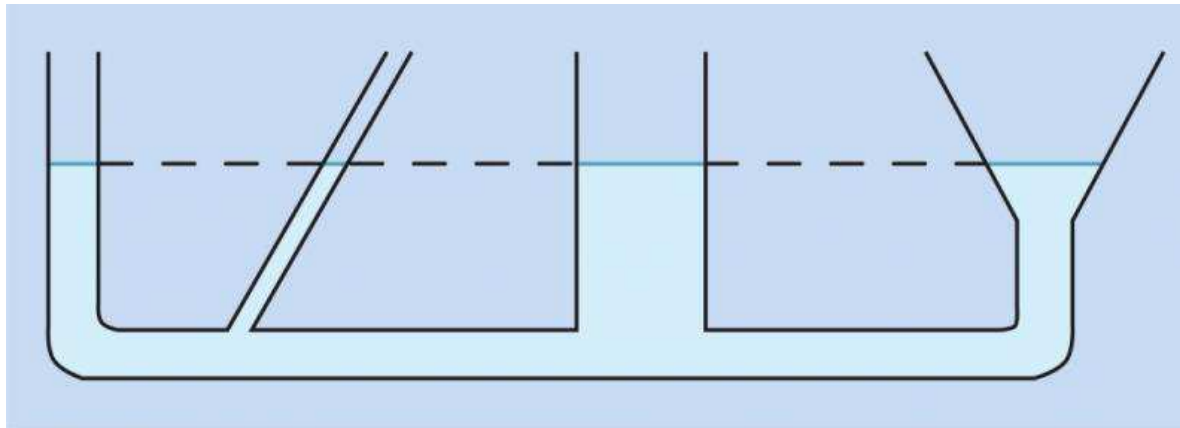
Grundsätzlich gelten die Zusammenhänge für alle Fluide. Bei Flüssigkeiten kann meist die Dichte als konstant angesehen werden, während bei Gasen häufig die Variabilität der Dichte berücksichtigt werden muss.

$$p(h)_{\text{Flüss}} = G/A = \rho_{\text{Fluid}} * g * h$$

$$p(h)_{\text{Gas}} = G/A = \rho_{\text{Fluid}}(h) * g * h$$



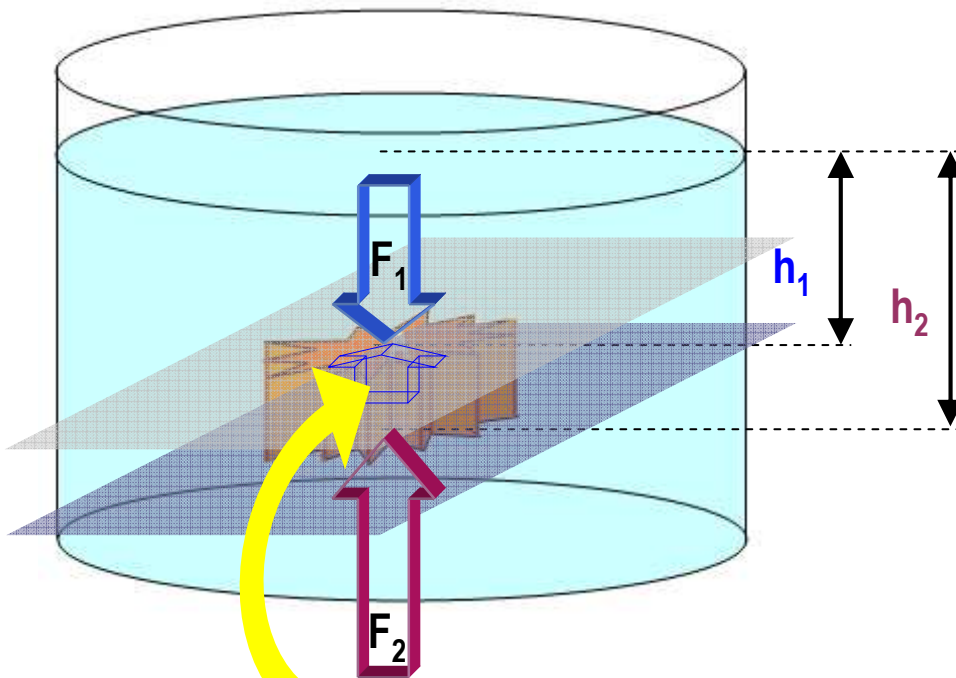
## Hydrostatischer Druck



In kommunizierenden Gefäßen stellt sich ein gemeinsamer horizontaler Wasserspiegel ein.

## Auftrieb zufolge hydrostatischen Drucks

Umgebungsdruck = 0



Druck in der Tiefe  $h_1$ :  $p_1 = \rho_{\text{Fluid}} * g * h_1$

Damit Kraft auf die obere Deckfläche

$$A: \quad F_1 = p_1 * A = \rho_{\text{Fluid}} * g * h_1 * A$$

Druck in der Tiefe  $h_2$ :  $p_2 = \rho_{\text{Fluid}} * g * h_2$

Damit Kraft auf die untere Deckfläche

$$A: \quad F_2 = p_2 * A = \rho_{\text{Fluid}} * g * h_2 * A$$

$$\text{Resultierende Kraft } F_A = F_2 - F_1 = \rho_{\text{Fluid}} * g * h_2 * A - \rho_{\text{Fluid}} * g * h_1 * A = \underbrace{\rho_{\text{Fluid}} * g}_{\text{Dichte des Fluids * Erdbeschleunigung}} * \underbrace{(h_2 - h_1) * A}_{\text{Volumen des verdrängten Fluids}}$$

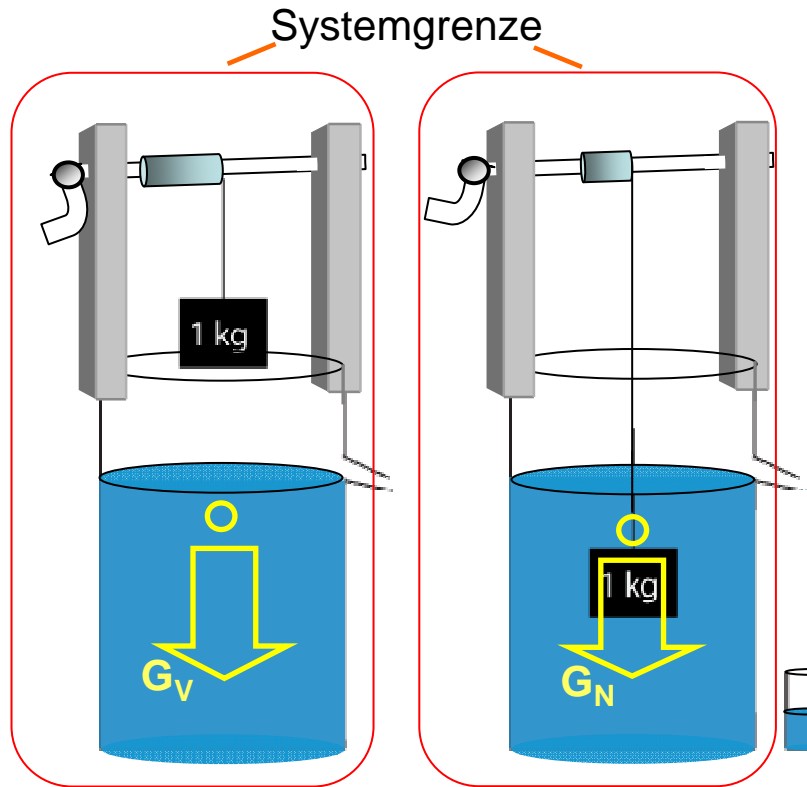
Dichte des Fluids \* Erdbeschleunigung

Volumen des verdrängten Fluids

# Alternative Überlegung

## Fluide

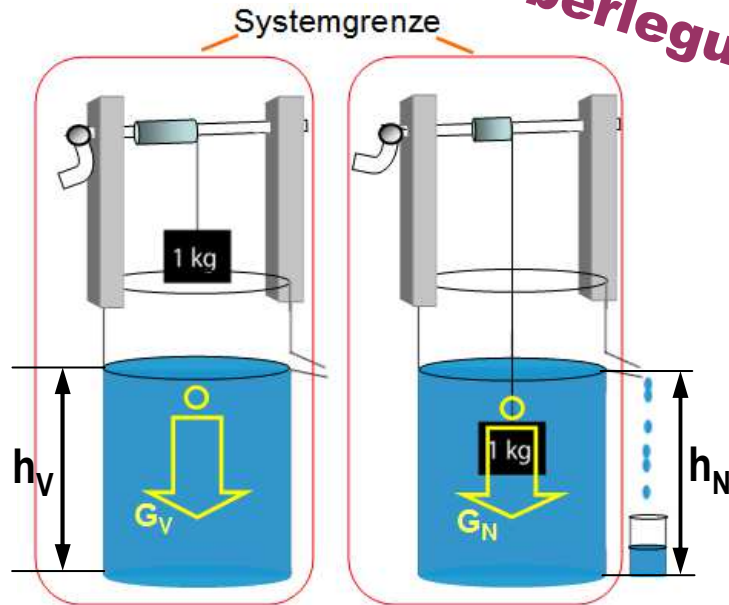
Vor Eintauchen:  
 Gewichtskraft des Gesamtsystems  
 $G_V = m_V \cdot g$



Überlaufvolumen  $V_{\ddot{u}}$  =  
 durch Eintauchkörper  
 verdrängtes Volumen

Nach Eintauchen:  
 Gewichtskraft des Gesamtsystems  
 $G_N = m_N \cdot g = (m_V - m_{\ddot{u}}) \cdot g$   
 $G_N = (m_V - V_{\ddot{u}} \cdot \rho_{\text{Flüss}}) \cdot g$

Gewichtskraft der übergelaufenen Fluidmasse



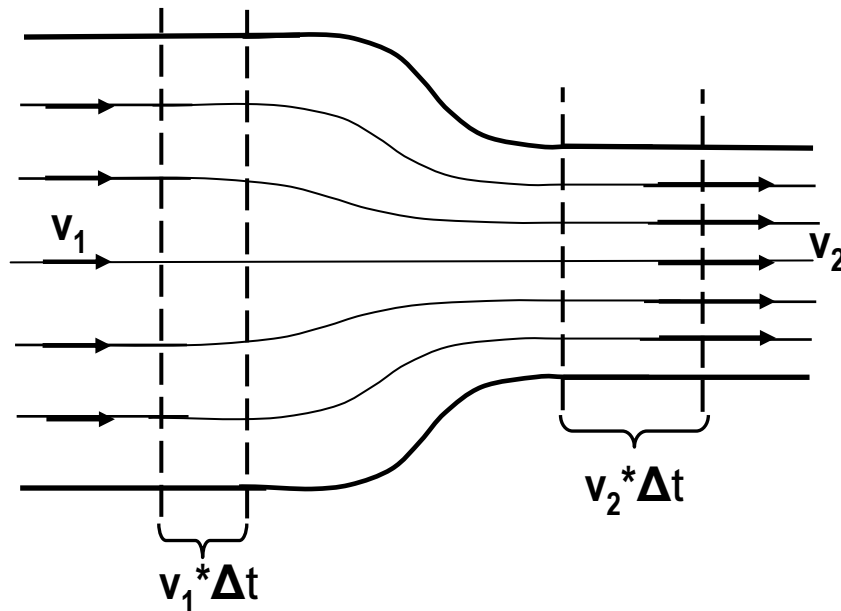
Die Gewichtskräfte der Bestandteile des Systems, wie das Gefäß, die Absenkvorrichtung für die Tauchmasse und auch der hydrostatische Druck auf die Bodenfläche des Gefäßes ( $h_V = h_N$ ) und damit die dort abwärts wirkende Kraft haben sich nicht verändert. So kann die Differenz der Gesamtgewichte zwischen vor und nach dem Eintauchen nur als Kraft auf die eingetauchte Masse wirken ... als Auftriebskraft.

$$G_V - G_N = V_{\text{Ü}} \cdot \rho_{\text{Flüss}} \cdot g$$

Auftrieb des eingetauchten Körpers

Differenz der Gesamtgewichte ist genau das Gewicht der verdrängten Fluidmenge

## Fluide und Bewegung ... Fluiddynamik




Veranschaulichung der Bewegung des Fluids durch Stromlinien (von einem Partikel des Fluids durchlaufener Weg). Die Geschwindigkeit ist bei nahe aneinander liegenden Stromlinien höher.


Einschränkende Annahmen zur Betrachtung wesentlicher Grundlagen:

- Strömung stationär
- Strömung laminar
- Dichte des Fluids konstant
- Temperatur konstant
- Reibung vernachlässigt

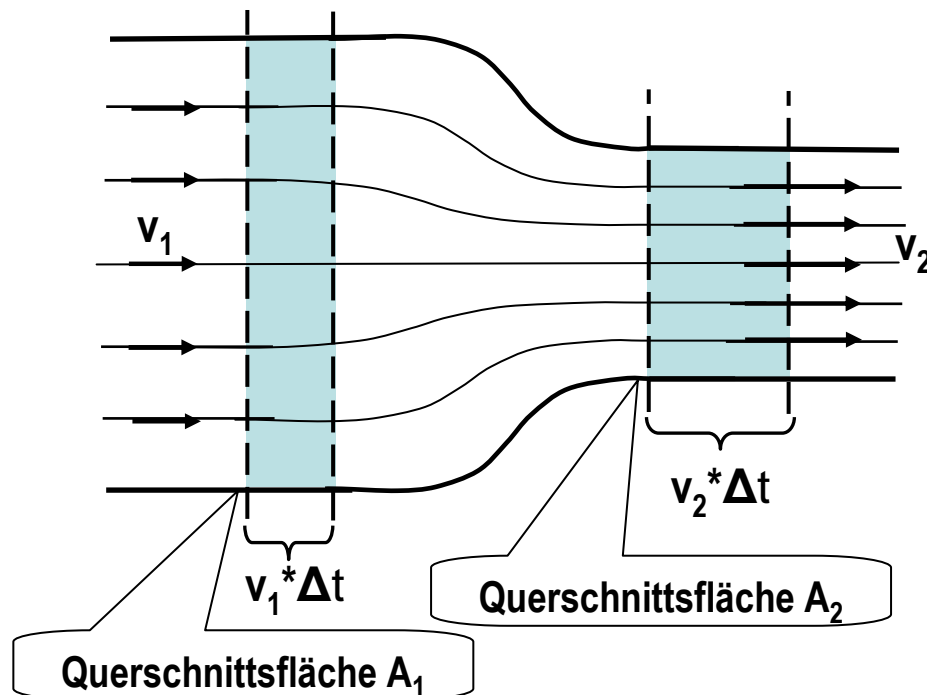
## Fluide und Bewegung ... Fluiddynamik

Strömung stationär  Geschwindigkeit an einem festen Ort ist zeitunabhängig

Strömung laminar  Teilchen verbleiben bei ihrer Bewegung quasi in Schichten, die sich nicht vermengen.  
(Ort und Geschwindigkeit eines Teilchens sind vorhersagbar, bzw. mathematisch erfassbar.)  
(Häufigst anzutreffende Definition: „Nicht turbulent“.)

Strömung turbulent  Fluidteilchen in einer turbulenten Strömung bewegen sich chaotisch in alle Richtungen, aber makroskopisch in ihrer Gesamtheit in Strömungsrichtung.

## Fluide und Bewegung ... Fluidodynamik



In einer kontinuierlichen Strömung muss die Masse, die während eines bestimmten Zeitabschnitts durch jeden Rohrquerschnitt strömt, konstant sein.

Kontinuitätsgleichung:

$$m_1 \cdot \Delta t = m_2 \cdot \Delta t$$

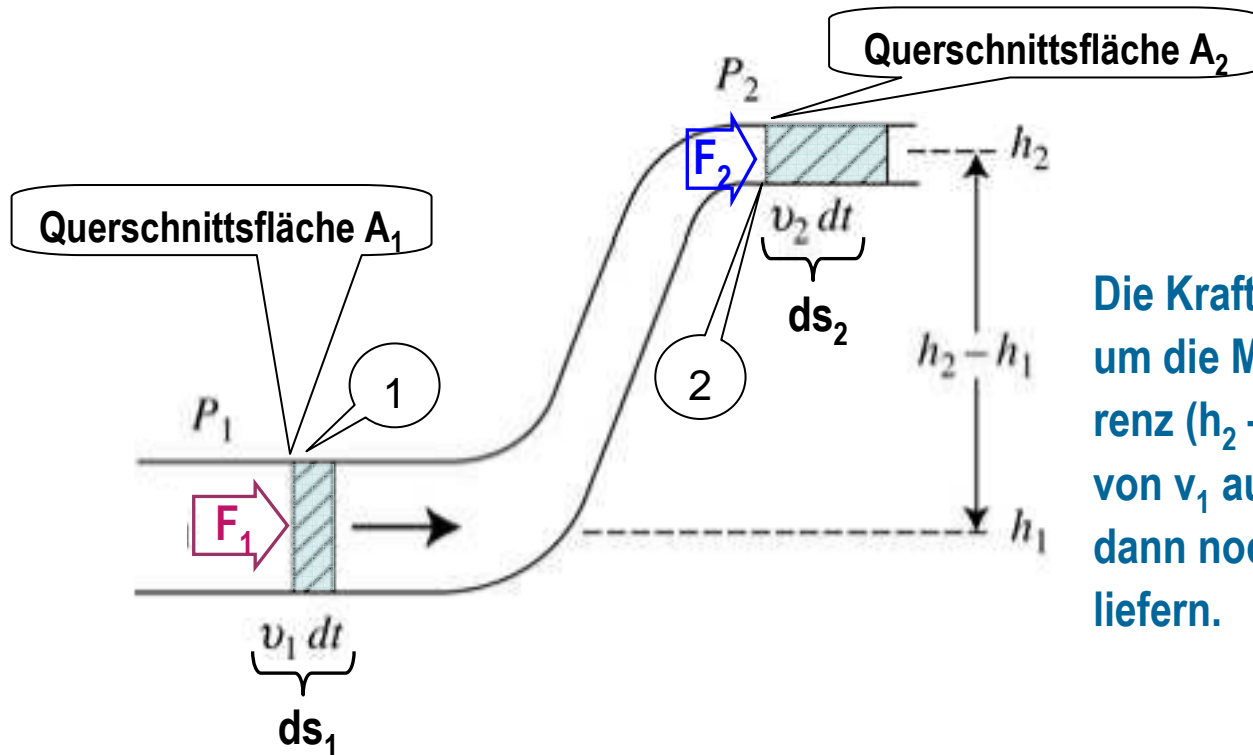
Bei konstanter Dichte trifft das genauso auf das Volumen zu ( $m = \rho \cdot V$ ).

Kontinuitätsgleichung:

$$\rho \cdot A_1 \cdot v_1 \cdot \Delta t = \rho \cdot A_2 \cdot v_2 \cdot \Delta t$$

Daher gilt für die Strömungsgeschwindigkeit:  $v_2/v_1 = A_1/A_2$

## Fluide und Bewegung ... Fluiddynamik



Die Kraft  $F_1$  muss die Arbeit leisten, um die Masse auf die Potentialdifferenz  $(h_2 - h_1)$  zu heben und die Masse von  $v_1$  auf  $v_2$  zu beschleunigen und dann noch einen etwaigen Rest  $F_2$  zu liefern.

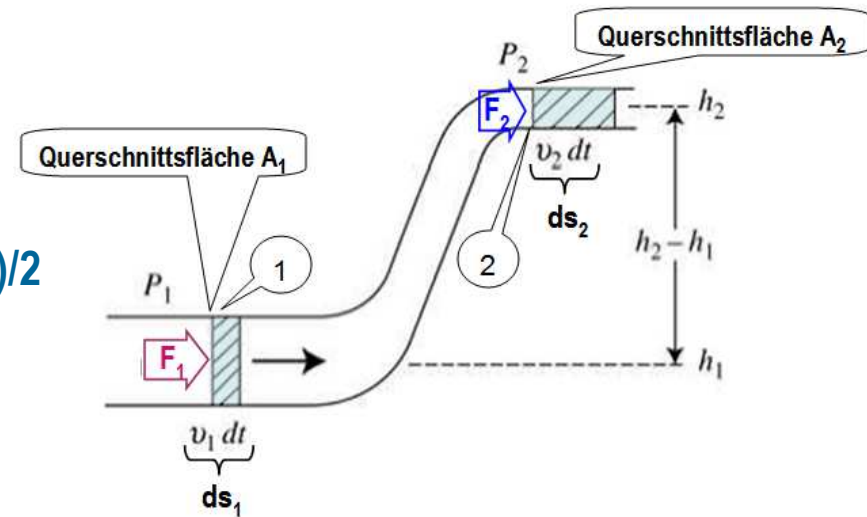
$$F_1 \cdot ds_1 = F_2 \cdot ds_2 + dm_1 \cdot g \cdot (h_2 - h_1) + dm_2 \cdot (v_2^2 - v_1^2) / 2$$



## Fluide und Bewegung ... Fluidodynamik

$$F_1 \cdot ds_1 = F_2 \cdot ds_2 + dm_1 \cdot g \cdot (h_2 - h_1) + dm_2 \cdot (v_2^2 - v_1^2) / 2$$

Die Kraft wird durch einen Druck auf die Querschnittsfläche aufgebracht, also  $F = p \cdot A$ .



$$\underbrace{p_1 \cdot A_1 \cdot ds_1}_{dV_1} = \underbrace{p_2 \cdot A_2 \cdot ds_2}_{dV_2} + \underbrace{dm_1 \cdot g \cdot (h_2 - h_1)}_{dV_1 \cdot \rho} + \underbrace{dm_2 \cdot (v_2^2 - v_1^2) / 2}_{dV_2 \cdot \rho}$$

Kontinuitätsgleichung - Volumen:  $ds_1 \cdot A_1 = ds_2 \cdot A_2$   
 $dV_1 = dV_2$

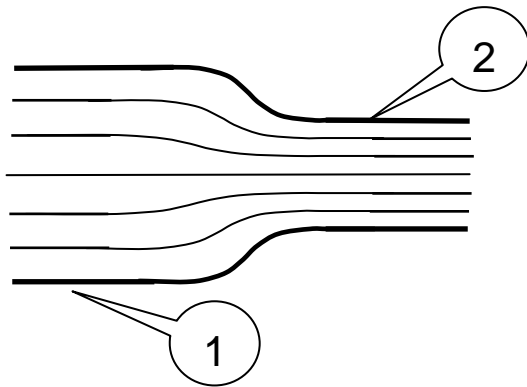
$$p_1 = p_2 + \rho \cdot g \cdot (h_2 - h_1) + \rho \cdot (v_2^2 - v_1^2) / 2$$

$$p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 + \rho \cdot g \cdot h_1 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 + \rho \cdot g \cdot h_2$$

Allgemein:  $p + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot h = \text{const.}$

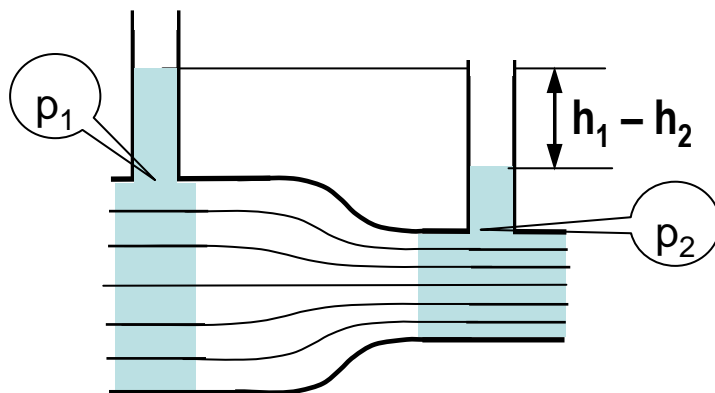
Bernoulligleichung

## Fluide und Bewegung ... Fluidodynamik



Für Strömungen auf gleichem Gravitationspotential ergibt sich eine Höhendifferenz von 0.

$$p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 + \cancel{\rho \cdot g \cdot h_1} = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 + \cancel{\rho \cdot g \cdot h_2}$$



So bedingt die unterschiedliche Strömungsgeschwindigkeit eine Druckdifferenz:

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2$$

**Bernoulli Effekt:** Bei höherer Fließgeschwindigkeit sinkt der hydrostatische Druck ... und umgekehrt.

Bei gasförmigen Fluiden ist meist ein Dichteunterschied zu berücksichtigen.



**Diese Seite nicht ausdrucken**  
**Bespielrechnungen werden später veröffentlicht**

**Diese Seite nicht ausdrucken**  
**Bespielrechnungen werden später veröffentlicht**

**Diese Seite nicht ausdrucken**  
**Bespielrechnungen werden später veröffentlicht**

Eine der ersten Fragen:

**Konnte man den Urknall hören?**

Leider nein –

abgesehen von Positionierungs-, Temperatur-, Strahlungs-, Beschleunigungsproblemen und davon, daß das Ohr noch nicht “erfunden” war, fehlte ein Medium, das Schall zu seiner Ausbreitung braucht.



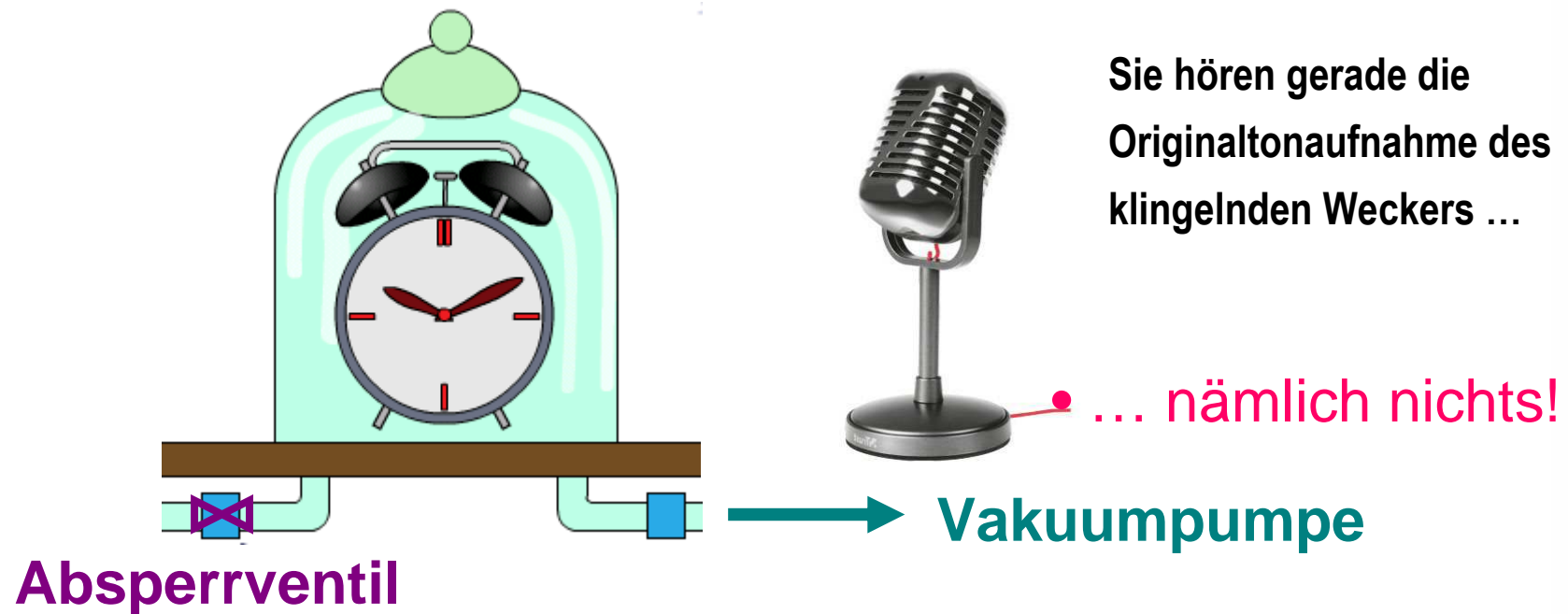
Wenn heute nach dem Echo des Urknalls im Weltraum “gelauscht” wird, begibt man sich dabei auf die Suche nach Mikrowellen, die den gesamten Weltraum seit seiner Entstehung erfüllen (Weltraumobservatorium „Planck“).

Mikrowellen sind elektromagnetische Wellen – keine akustischen Wellen!



Die Unabdingbarkeit eines Mediums war bereits Leonardo da Vinci aufgefallen.

Mit folgendem Versuch ist das auch leicht überprüfbar:



**Akustik, wer hat noch nicht davon gehört, ist die Lehre vom Schall und seiner Ausbreitung.**

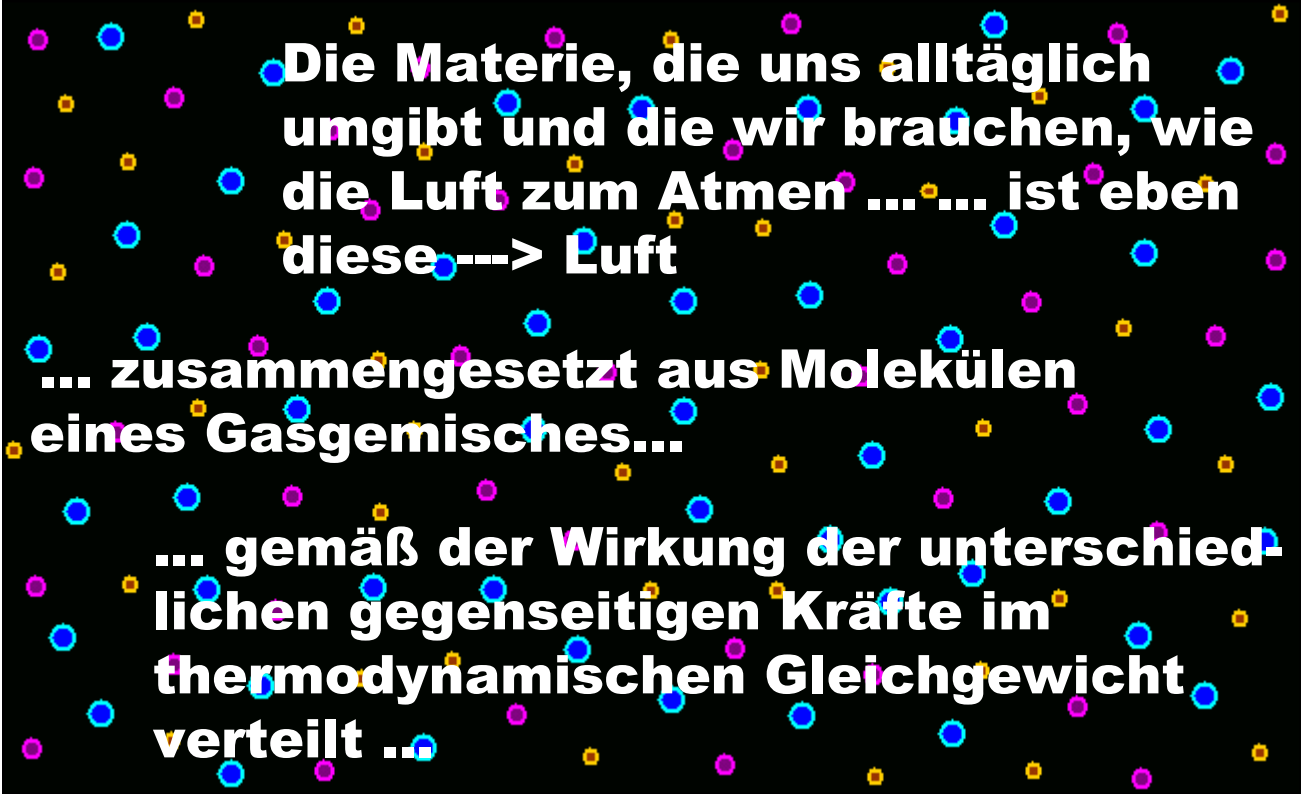
**Der Begriff stammt aus dem Griechischen:  
*akuein* ακουειν = hören**

**Wir tun es, **das Hören**, ohne darüber nachzudenken.**

**Um ein Verständnis für die Bedingungen und Effekte zu bekommen ist eine genauere Analyse notwendig.**

eol

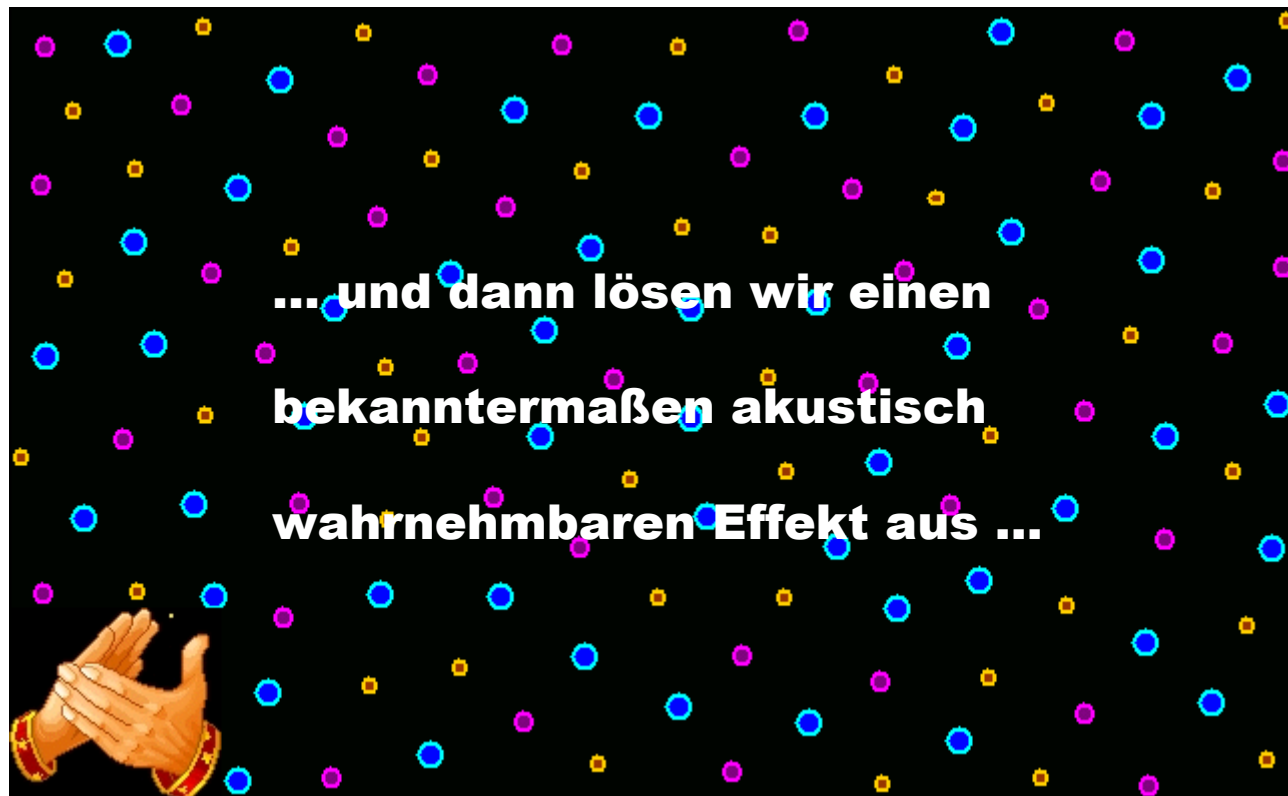
... oder wenn noch Zeit bleibt ...

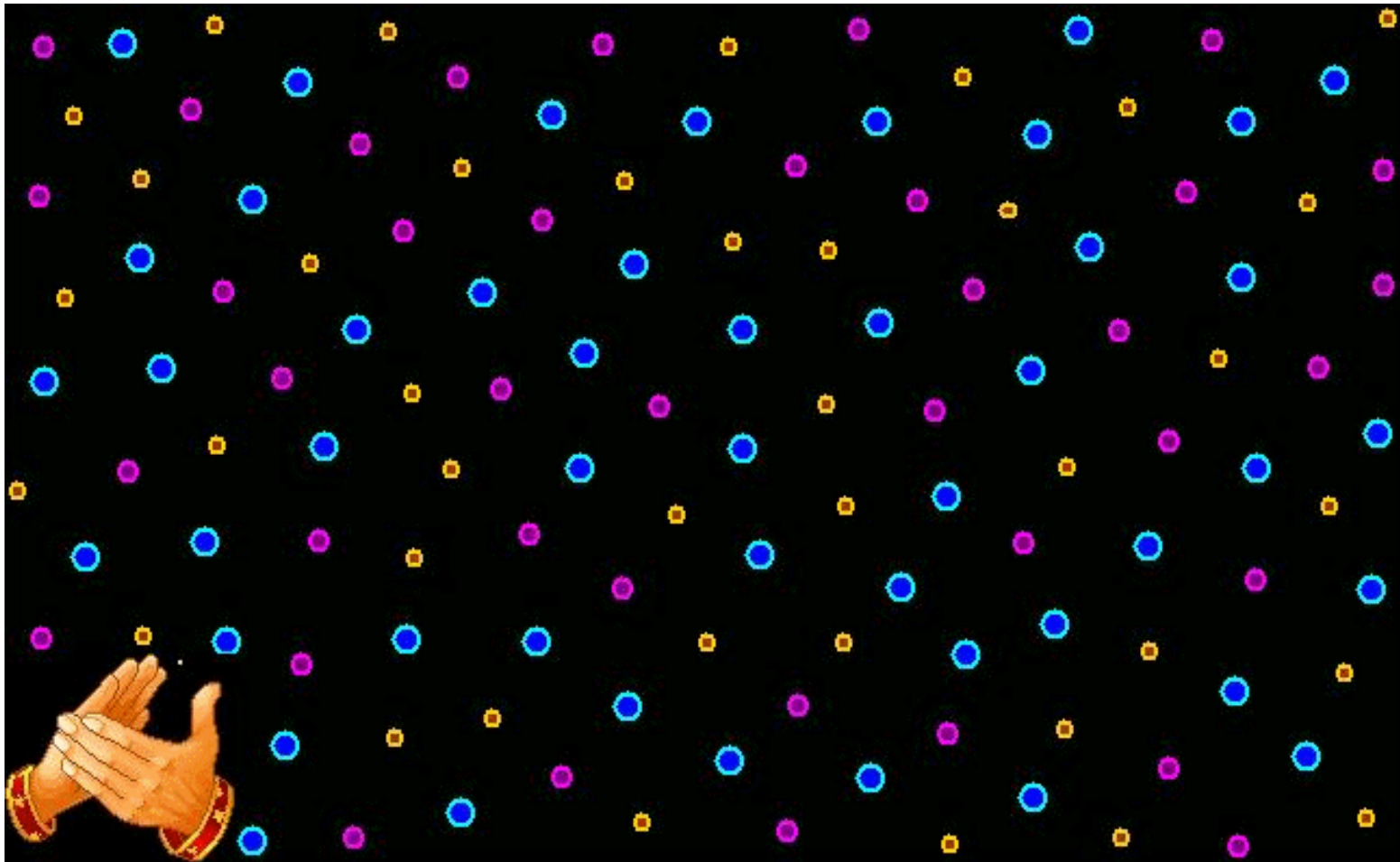


**Die Materie, die uns alltäglich umgibt und die wir brauchen, wie die Luft zum Atmen ... .. ist eben diese ---> Luft**

**... zusammengesetzt aus Molekülen eines Gasgemisches...**

**... gemäß der Wirkung der unterschiedlichen gegenseitigen Kräfte im thermodynamischen Gleichgewicht verteilt ...**











**Wenn wir uns noch einmal die Analyse des Vorgangs in Erinnerung rufen und uns gleichzeitig erinnern, dass Schwingung als periodische Bewegung einer Größe um einen Ruhezustand definiert ist, erkennen wir, dass genau dies hier vorliegt. Jene besonderen Arten von Schwingungen, die sich räumlich fortpflanzen, werden Wellen genannt. Diese Eigenschaft liegt gleichfalls vor. Also haben wir es mit Wellen zu tun.**

# Übungsaufgabe Nr. 8 (Kinematik) Lösung

Ein verlustloses Pendel mit masselosem Faden der Länge  $l = 300 \text{ mm}$  startet an der Position einer Auslenkung von  $0,5 \text{ rad}$  im Schwerkraftfeld der Erde ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ) zu schwingen. Welche Tangentialgeschwindigkeit hat das Pendel an der Stelle gleich großer potentieller, wie kinetischer Energie?



**Lösung: z. B.: Energieerhaltung**

**Potentielle Energie bei Start:  $E_{0\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$**

**Kinetische Energie bei Start:  $E_{0\text{kin}} = 0$**

**Mit  $h = l \cdot (1 - \cos(0,5 \text{ rad})) = 300 \cdot (1 - 0,87758) = 36,725 \text{ mm}$**

**Lösungskriterium:  $E_{\text{pot}}(x) = E_{\text{kin}}(x)$**

**und  $E_{\text{pot}}(x) + E_{\text{kin}}(x) = E_{0\text{pot}} = m \cdot g \cdot h \dots$  Gesamtenergie = const.**

**$E_{\text{pot}}$  ... direkt proportional  $h$**

**Also  $m \cdot g \cdot h / 2 = m \cdot v_x^2 / 2$  bzw.:  $v_x^2 = g \cdot h = 367 \text{ 250 mm}^2/\text{s}^2$**

**--->  $v_x = 606,01 \text{ mm/s} = 2,182 \text{ km/h}$**

# Übungsaufgabe Nr. 9 (Kinematik) Lösung

Lösung:

a) allg:  $E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$ ,  $E_{\text{kin, transl}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

hier: nutzbare Höhe  $h_n = h - r$

also  $E_{\text{pot}} = E_{\text{kin, transl}}$   
 $m \cdot g \cdot (h - r) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$   
 $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h - r)}$

b) allg:  $E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$ ,  $E_{\text{kin, transl}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ ,  $E_{\text{kin, rot}} = \frac{1}{2} \cdot J_s \cdot \omega^2$

hier: nutzbare Höhe  $h_n = h - r$

also  $E_{\text{pot}} = E_{\text{kin, transl}} + E_{\text{kin, rot}}$

$m \cdot g \cdot (h - r) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot J_s \cdot \omega^2$       Rollbedingung:  $\omega = v/r$

$v^2 = 2 \cdot m \cdot g \cdot (h - r) / (m + J_s/r^2)$       u. Massenträgheitsmoment  $J_s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$

$v = \sqrt{4/3 \cdot g \cdot (h - r)}$

Die Walze erreicht in Fall a) die höhere Geschwindigkeit. Zum Antrieb steht jeweils die gleich große potentielle Energie zur Verfügung. Im Fall b) muss zusätzlich zur translatorischen Bewegungsenergie auch noch rotatorische aus der potentiellen gespeist werden.

# Übungsaufgabe Nr. 10 (Kinematik) Lösung

Lösung:

Mit  $P = W/t$  ergibt sich für die

Zeit  $t = W/P$

wobei die zu leistende Arbeit

$$W = G \cdot h = m \cdot g \cdot h = 80 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 300 \text{ m} = 235440 \text{ J (kgm}^2\text{/s}^2) \text{ (~ 56 kcal)}$$

und die Leistung  $P$  mit 200 W gegeben war.

$$\text{Also } t = W/P = 235440 \text{ J} / 200 \text{ W} = 1177,2 \text{ s}$$

Sie sind 19 min und 37,2 s unterwegs.



Dimensionskontrolle:  $m_{\dots}[\text{kg}]$ ,  
 $g_{\dots}[\text{m/s}^2]$ ,  $h_{\dots}[\text{m}]$ ,  $P_{\dots}[\text{kg m}^2 \text{ s}^{-3}]$   
ergibt für  $t_{\dots}[\text{s}]$

# Übungsaufgabe Nr. 11 (Kinematik) Lösung



**Lösung:**

$$P = W/t$$

wobei die zu leistende Arbeit jetzt

$$W = G \cdot h = m \cdot g \cdot h = 100\text{kg} \cdot 9,81\text{m/s}^2 \cdot 300\text{m} = 294300\text{J (kgm}^2\text{/s}^2)$$

beträgt.

$$\text{Also } P = 294300\text{J}/1177,2\text{s} = 250\text{W}$$

Sie benötigen also 250 Watt körperliche Leistung.

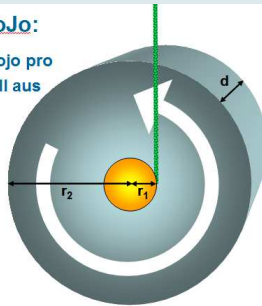
# Übungsaufgabe Nr. 12 (Kinematik) Lösung

## Übungsbeispiel JoJo:

Wie oft dreht sich das JoJo pro Sekunde nach einem Fall aus 1m Höhe?

$$r_1 = 5\text{mm}$$

$$r_2 = 35\text{mm}$$



**Lösung:**

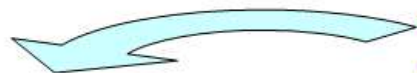
Oben:  $E_{\text{pot}} = M \cdot g \cdot h$ ,  $E_{\text{kin}} = 0$

Unten:  $E_{\text{pot}} = 0$ ,  $E_{\text{kin}} = E_{\text{kin-transl.}} + E_{\text{kin-rotat.}}$

**Energieerhaltung:**

$$E_{\text{pot}} = E_{\text{kin-transl.}} + E_{\text{kin-rotat.}}$$

$$M \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot M \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2$$

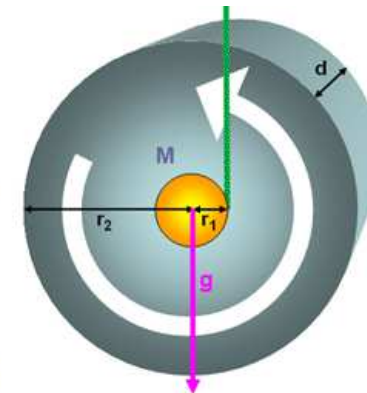


$$M \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot M \cdot r_1^2 \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot M \cdot r_2^2 \cdot \omega^2$$

$$4 \cdot g \cdot h = 2 \cdot r_1^2 \cdot \omega^2 + r_2^2 \cdot \omega^2$$

$$\omega^2 \cdot (2 \cdot r_1^2 + r_2^2) = 4 \cdot g \cdot h$$

$$\omega = \sqrt{(4 \cdot g \cdot h) / (2 \cdot r_1^2 + r_2^2)} = 175,43 \text{ m/ms...rad s}^{-1}$$



Mit:

Rollbedingung auf dem Seil:

$$v = r_1 \cdot \omega$$

u. Massenträgheitsmom. des Zyl.:

$$J = \frac{1}{2} \cdot M \cdot r_2^2$$

$$U = \omega / (2\pi) = 27,92 \text{ s}^{-1}$$

# Übungsaufgabe Nr. 12 (Kinematik) Alternativlösung

Lösungsalternative:

$$M \cdot \vec{g} + \vec{F} = M \cdot \vec{a}$$

Resultierende aus Seilkraft  $F$  und Erdbeschleunigung  $g$  beschleunigt die Masse  $M$

$$-\vec{F} = M \cdot (\vec{g} - \vec{a})$$

Kräfte nicht auf einer Wirkungslinie - erzeugt ein Drehmoment  $T$

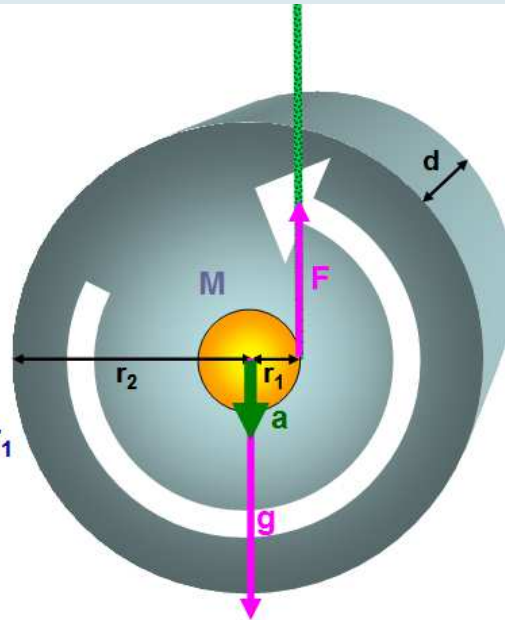
$$T = r_1 \cdot F$$

Rechtwinkelige Lage erübrigt vektorielles Produkt

$$T = r_1 \cdot F = J \cdot d\omega/dt = J/r_1 \cdot dv/dt = J \cdot a/r_1$$

Betrachtung auf Beträge beschränkt:

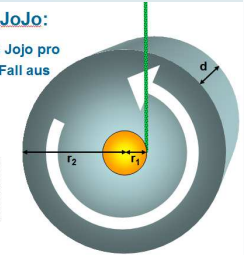
$$F = J \cdot a/r_1^2 \quad M \cdot (g - a) = J \cdot a/r_1^2$$



Übungsbeispiel JoJo:

Wie oft dreht sich das JoJo pro Sekunde nach einem Fall aus 1m Höhe?

$$\begin{matrix} r_1 = 5\text{mm} \\ r_2 = 35\text{mm} \end{matrix}$$



$$T = r_1 \cdot F = J \cdot d\omega/dt = J/r_1 \cdot dv/dt = J \cdot a/r_1$$

$$M \cdot (g - a) = J \cdot a/r_1^2$$

$$a = g / (1 + J / (M \cdot r_1^2))$$

$$\text{mit } J = M \cdot r_2^2 / 2$$

$$\text{schließlich } a = g / (1 + \frac{1}{2} \cdot r_2^2 / r_1^2)$$

$$s(t) = s(0) + v_0 \cdot t + (a/2) \cdot t^2$$

$$1 = a \cdot t^2 / 2$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{2/a} = \sqrt{(2 + r_2^2/r_1^2)/g} =$$

$$\sqrt{(2 + 49)/9,81} = 2,28 \text{ s}$$

$$v(t) = a \cdot t = (g / (1 + \frac{1}{2} \cdot r_2^2 / r_1^2)) \cdot t =$$

$$= (9,81 / (1 + 24,5)) \cdot 2,28 = 0,877 \text{ ms}^{-1}$$

$$U = v / (2 \cdot \pi \cdot r_1) = 27,92 \text{ s}^{-1}$$

# Übungsaufgabe Nr. 13 (Kinematik)

$v_{\max}$



Mit Ihrem Fahrrad zusammen haben Sie eine Masse von 80 kg und weisen eine Stirnfläche von  $0,5 \text{ m}^2$  ( $c_w \sim 0,75$ ,  $\rho_{\text{Luft}} = 1,184 \text{ kg/m}^3$  bei Standardbedingungen ...  $25^\circ\text{C}$ ) auf. Sie freuen sich keinen Gegenwind zu haben, geben sich aber auch nicht der Illusion von Rückenwind hin. Welche Maximalgeschwindigkeit werden Sie mit Ihrer Leistung von 200 W erreichen können, wenn Sie den Rollwiderstand der Reifen durch starkes Aufpumpen und Reibungswiderstände in Lagern und Kette durch Schmieren in vernachlässigbare Bereiche gedrückt haben?



# Übungsaufgabe Nr. 14 (Kinematik)

## Übungsbeispiel: Auf den Kahlenberg mit Luftwiderstand

Mit Ihrem Fahrrad zusammen haben Sie eine Masse von 80 kg und weisen eine Stirnfläche von  $0,5 \text{ m}^2$  ( $c_W \sim 0,75$ ,  $\rho_{\text{Luft}} = 1,184 \text{ kg/m}^3$  bei Standardbedingungen ...  $25^\circ\text{C}$ ) auf. Sie möchten von Nußdorf aus auf den Kahlenberg fahren (Höhenunterschied 300 m). Ihre Route hat eine durchschnittliche Steigung von 10% und sie freuen sich keinen Gegenwind zu haben, geben sich aber auch nicht der Illusion von Rückenwind hin. In welcher Fahrzeit erreichen Sie mit Ihrer Leistung von 200 W Ihr Ziel, wenn Sie den Rollwiderstand der Reifen durch starkes Aufpumpen und Reibungswiderstände in Lagern und Kette durch Schmieren in vernachlässigbare Bereiche gedrückt haben?



# Übungsaufgabe Nr. 15 (Kinematik)

## Übungsbeispiel

Eine Holzkiste mit der Masse  $m = 30 \text{ kg}$  rutscht einen Abhang hinunter. Die Starthöhe  $h_s$  beträgt  $5 \text{ m}$ , der Reibungskoeffizient  $\mu_{\text{HG}} = 0,3$ . Als die Kiste unten ankommt, messen Sie eine Geschwindigkeit von  $v_E = 7,2 \text{ km/h}$ . Wie groß ist der Neigungswinkel  $\varphi$  des Abhangs?

