Elektrotechnik 2 Übung - Laborteil
Übung 8: Elektromagnetische Wellen

Das Kapitel 27 aus dem Band 2 des Buches Adalbert Prechtl „Vorlesungen über die Grundlagen der Elektrotechnik“ bildet die Grundlage dieser Übung. Die Kenntnis des Inhaltes ist somit Voraussetzung für die erfolgreiche Teilnahme an der Übung.

8.1. Grundlagen

In der vorliegenden Übung werden geführte Wellen auf Leitungen, wie z.B. auf Koaxialkabeln, behandelt. Nachfolgend werden grundlegende übungsrelevante Zusammenhänge zusammengefasst, um Ihnen die Übungsdurchführung zu erleichtern.

8.1.1. Leitung und ihre Kennwerte

Betrachten wir ein Kabelstück der Länge l mit der Induktivität L und Kapazität C, wie in Abb. 1 dargestellt, so läßt sich sein Wellenwiderstand Z_W im verlustfreien Fall mit

(27.57) $$Z_W = \sqrt{\frac{L'}{C'}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \qquad (8\text{-}1)$$

angeben, wobei L' und C' die längenbezogene Induktivität bzw. Kapazität des Kabels sind. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit c der Welle entlang des Kabels hängt mit der räumlichen Wellenlänge λ und der zeitlichen Frequenz f zusammen:

(27.57) $$c = \lambda \cdot f = \frac{1}{\sqrt{L' \cdot C'}} = \frac{l}{\sqrt{L \cdot C}} = \frac{l}{\tau} \qquad (8\text{-}2)$$

und ergibt sich auch als Funktion von L' und C'. Auf der anderen Seite lässt sich c über die Laufzeit τ der Welle entlang des Kabelstücks errechnen. Die Gln. 8-1 und 8-2 liefern somit einen nützlichen Zusammenhang:

$$\tau = \sqrt{L \cdot C} = Z_W \cdot C \ . \qquad (8\text{-}3)$$

L' und C' sind durch die Geometrie des Koaxialkabels mit Innen- und Außendurchmesser d und D sowie seiner Isolationsschicht mit der Permeabilität μ und Permittivität ε vorgegeben:

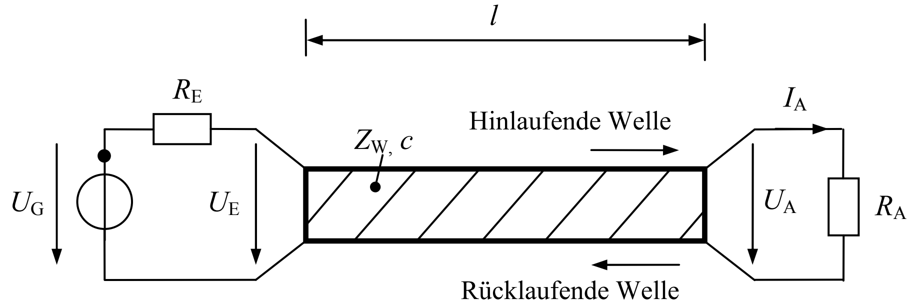

Abb. 1. Kabelstück bzw. lange Leitung mit dem Wellenwiderstand Z_W. Eingangsseitig liegt ein Generator mit der Leerlaufspannung U_G und dem Innenwiderstand R_E vor, ausgangsseitig der Abschlusswiderstand R_A.

(27.59) $$L' = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \ln \frac{D}{d} \ , \tag{8-4}$$

(27.59) $$C' = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln \frac{D}{d}} \ . \tag{8-5}$$

Aus Gln. 8-1 und 8-2 einerseits und Gln. 8-4 und 8-5 andererseits ergeben sich weitere für die Übung wichtige Zusammenhänge:

(27.60) $$Z_{\mathrm{W}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cdot \frac{\ln \frac{D}{d}}{2\pi} \ , \tag{8-6}$$

(27.12) $$c = \frac{1}{\sqrt{\mu \cdot \varepsilon}} \ . \tag{8-7}$$

8.1.2. Reflexion und Überlagerung

Solange das Verhältnis von Spannung U und Strom I entlang der Leitung sich nicht ändert, so schreitet die hin- bzw. rücklaufende Welle mit U_1, I_1 und U_2, I_2 kontinuierlich fort. Für die Spitzenwerte im Kabel gilt:

$$\hat{U}_1 = \hat{I}_1 \cdot Z_{\mathrm{W}} \quad \text{und} \quad \hat{U}_2 = -\hat{I}_2 \cdot Z_{\mathrm{W}} \ . \tag{8-8}$$

Sobald die z.B. hinlaufende Welle auf ein mit R_{A} ($\neq Z_{\mathrm{W}}$) abgeschlossenes Kabelende trifft, vergleiche Abb. 1, so stimmt das Verhältnis von U_1 und I_1 nicht mehr. Eine zusätzliche bzw. reflektierte Welle mit U_2 und I_2 muß entstehen, um das Verhältnis von $U_1 + U_2$ und $I_1 + I_2$ gleich R_{A} werden zu lassen, bzw. die Randbedingung am Kabelende zu erfüllen. Der Reflexionsfaktor r ergibt sich zu:

(27.69) $$r = \frac{\hat{U}_2}{\hat{U}_1} = \frac{R_{\mathrm{A}} - Z_{\mathrm{W}}}{R_{\mathrm{A}} + Z_{\mathrm{W}}} \ . \tag{8-9}$$

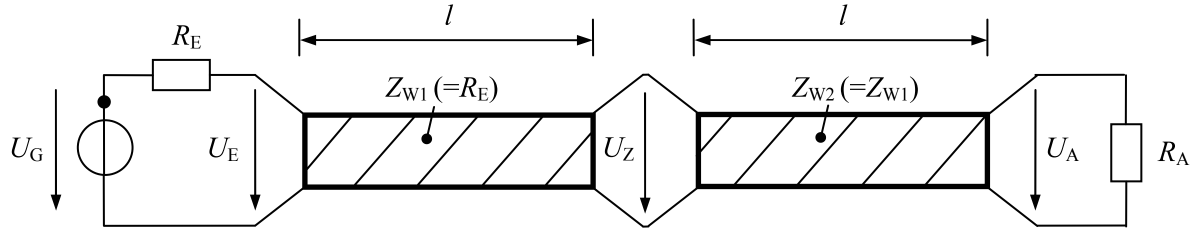

Abb. 2. Messaufbau mit zwei identischen in Serie geschalteten Kabeln (vergleiche Abb. 3).

Dabei sind im Wesentlichen drei Grenzfälle zu unterscheiden:

- $R_A = Z_W$ ergibt $r = 0$, d.h. es findet keine Reflexion statt, da das Verhältnis von U_1 und I_1 auch am Kabelende erhalten bleibt.
- $R_A = \infty$ ergibt $r = 1$, d.h., U_1 wird positiv reflektiert, so dass $U_2 = U_1$. Die Randbedingung $R_A = \infty$ bedingt hier, dass der Ausgangsstrom I_A (Abb. 1) zu Null werden muss. Hiermit muss I_1 (= $-I_2$) negativ reflektiert werden, damit der Gesamtstrom $I_A = I_1 + I_2 = 0$. Der negativ reflektierte Strom I_2 hat jedoch eine positive Spannungswelle U_2 nach Gl. 8-8 zu Folge, so dass $U_A = U_1 + U_2 = 2 \cdot U_1$, d.h. am Ausgang erscheint der doppelte Wert der Eingangsspannung.
- $R_A = 0$ ergibt $r = -1$, d.h., U_1 wird negativ reflektiert, so dass $U_2 = -U_1$. Die Randbedingung besagt hier, dass die Ausgangsspannung U_A (Abb. 1) zu Null werden muss, so dass U_1 (= $-U_2$) negativ reflektiert werden muß, damit $U_A = U_1 + U_2 = 0$. Der Strom I_1 (= I_2) hingegen wird laut Gl. 8-8 positiv reflektiert.

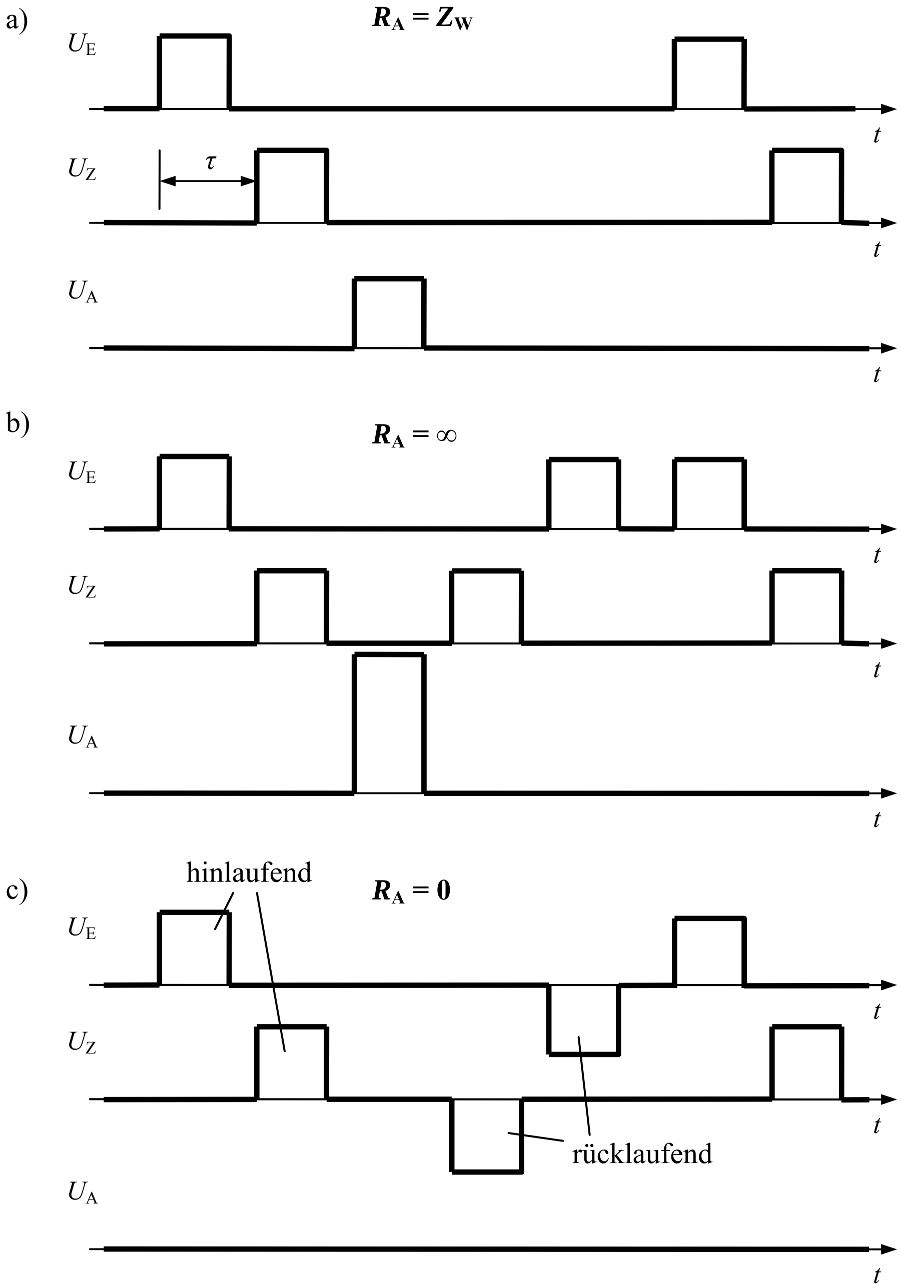

Abb. 3. Eingangsspannung U_E, Zwischenkreisspannung U_Z und Ausgangsspannung U_A aus Abb. 2 bei rechteckförmigen Impulsen und verschiedenen Abschlusswiderständen R_A (a) $R_A = Z_W$, (b) $R_A = \infty$, (c) $R_A = 0$.

Ausgehend von einem Messaufbau mit zwei identischen Kabeln in Serie, wie in Abb. 2 dargestellt, stellt Abb. 3 schematisch die hin- und rücklaufenden Impulse bei verschiedenen Werten von R_A dar. Sobald die rechteckförmigen Impulse in der Abb. 3 breiter werden, so kommt es zeitweise zur Überlagerung der hin- und rücklaufenden Impulse und somit zur Formänderung derselben.

Wenn harmonische Signale wie Sinuswellen (= „verschmierte“ Impulse) am Eingang des Kabels anliegen (z.B. Abb. 1), so gelten die obigen Reflexionsgesetze uneingeschränkt weiter. Im Unterschied dazu, kommt es jedoch zur dauerhaften Überlagerung von laufzeitbedingt phasenverschobenen hin- und rücklaufenden Wellen. Abb. 4 stellt einen solchen Fall für eine kurzgeschlossene Leitung ($R_A = 0$) und vier verschiedene Zeitpunkte dar.

Beachten Sie bitte, dass die Überlagerung von U_1 und U_2 zu der sogenannten stehenden Gesamtwelle $U_1 + U_2$ führt, deren Minima, Maxima und Nulldurchgänge an bestimmten fixen Orten entlang des Kabels zu finden sind. Abb. 5 veranschaulicht diesen Sachverhalt anhand der stehenden Wellen im Falle einer kurzgeschlossenen Leitung ($R_A = 0$) und einer leerlaufenden Leitung ($R_A = \infty$).

Vergewissern Sie sich, dass beim Messaufbau nach Abb. 2 die Nulldurchgänge der Zwischenkreisspannung U_Z bei folgenden Frequenzen f zustande kommen:

$$f_n = \frac{c}{4 \cdot l} \cdot (2n+1) \quad \text{mit } n = 0,1,2, ... \tag{8-10}$$

bei $R_A = \infty$ laut Abb. 5b und

$$f_n = \frac{c}{2 \cdot l} \cdot (n+1) \quad \text{mit } n = 0,1,2, ... \tag{8-11}$$

bei $R_A = 0$ laut Abb. 5a.

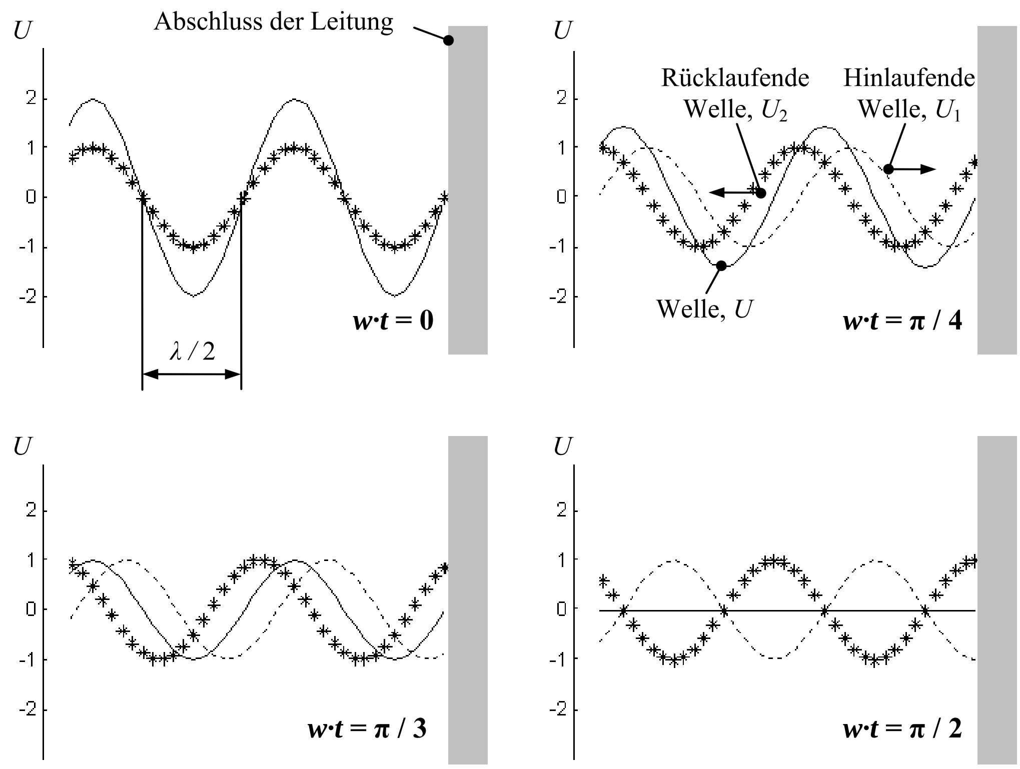

Abb. 4. Zustandekommen einer stehenden Welle $U = U_1 + U_2$ entlang des Kabels bei harmonischen Signalen und kurzgeschlossener Leitung ($R_A = 0$). Phasen $w \cdot t$ = 0, $\pi/4$, $\pi/3$, $\pi/2$ sind eingezeichnet.

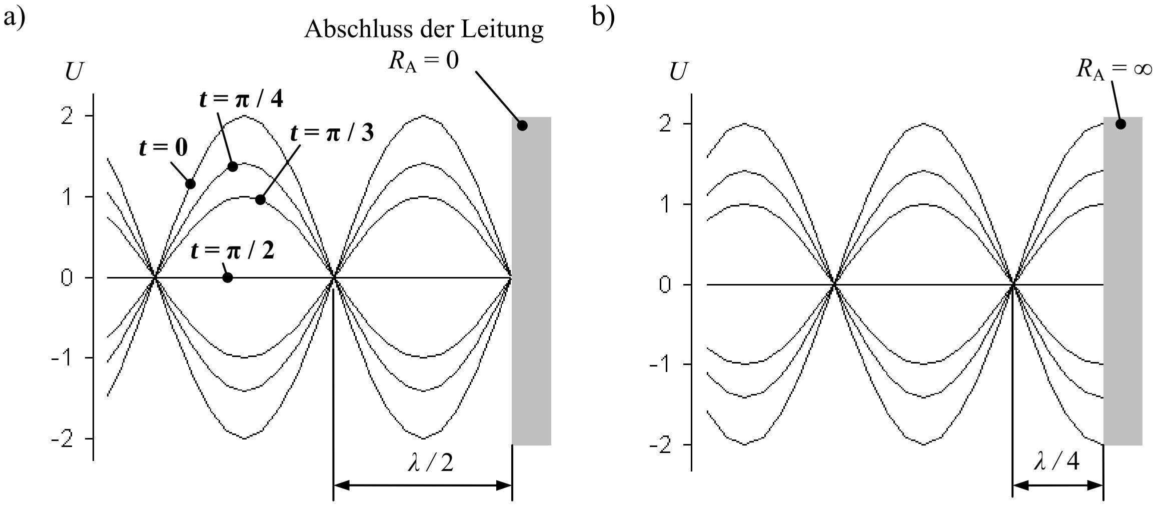

Abb. 5. Stehende Welle zu verschiedenen Zeitpunkten. a) Kurzgeschlossene Leitung ($R_A = 0$) mit den Zeitpunkten aus Abb. 4. b) Leerlaufende Leitung ($R_A = \infty$).

8.2. Übungsdurchführung

8.2.1. Erfassung der Kabelkennwerte

- Bauen Sie einen Kabelmessplatz nach Abb. 1 auf und untersuchen Sie die Fälle $R_A = 0$ und $R_A = \infty$ bei impulsartiger Anregung.
- Bestimmen Sie Z_W durch Abgleich mit Potentiometer.
- Bestimmen Sie τ und c; drücken Sie c in Prozent der Lichtgeschwindigkeit aus.
- Berechnen Sie L und C, sowie L' und C'.
- Berechnen Sie die relative Permittivität ε_r der Isolationsschicht des Kabels bei bekannten D und d unter der Annahme für die Permeabilität $\mu_r = 1$.

8.2.2. Impulsartige und harmonische Erregung

- Bauen Sie einen Kabelmessplatz nach Abb. 2 mit zwei identischen Kabeln (von Kapitel 8.2.1) auf und untersuchen Sie die Fälle $R_A = 0$, $R_A = \infty$ und $R_A = Z_W$ bei nicht überlappenden hin- und rücklaufenden Impulsen; nehmen Sie die Graphen für jeden der Fälle auf.
- Untersuchen Sie die Fälle $R_A = 0$, $R_A = \infty$ und $R_A = Z_W$ bei harmonischer Anregung bei verschiedenen Frequenzen.
- Berechnen und bestimmen Sie experimentell f_0 und f_1 für $R_A = 0$, $R_A = \infty$ ($n = 0$ bzw. $n = 1$ in Gln. 8-10 und 8-11); nehmen Sie die Graphen für jeden der Fälle auf.

8.2.3. Ergänzende Fragen

- Was ist eine lange Leitung?
- Unter welchen Voraussetzungen muss ein herkömmliches Kabel als eine lange Leitung betrachtet werden?
- Warum kann mit dem Potentiometer die vorliegende Leitung nicht exakt reflexionsfrei abgeschlossen werden?
- Sind die Amplituden der hin- und rücklaufenden Impulse bei $R_A = \infty$ exakt gleich?