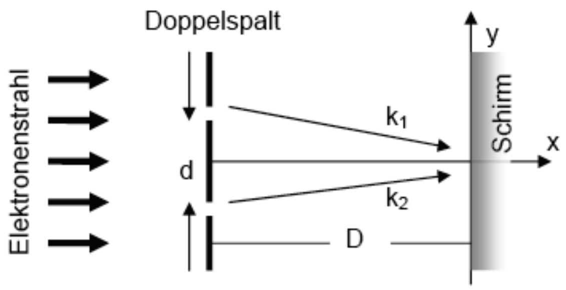
ÜBUNGSBLATT 1

Beispiel 1 (Doppelspaltexperiment):



Ein Strahl von Elektronen wird an einem Doppelspalt gebeugt und trifft bei x=0 auf einen Schirm, der die auftreffenden Elektronen registriert. Die Energie der Elektronen beträgt 150 eV. In der Nähe der Schirmmitte können die beiden Partial-Wellen Ψ_1 und Ψ_2, welche von den beiden Schlitzen ausgesandt werden, durch ebene Wellen gleicher Amplitude A (aber mit unterschiedlichen Wellenvektoren) angenähert werden:

$$\Psi_j(x,y,t) = A\exp\left[i\left(\vec{k}_j\,\vec{x}-\omega t\right)\right], \qquad j = 1,2$$

(a) Wie groß ist die de Broglie Wellenlänge der Elektronen?

(b) Drücken Sie die Wellenvektoren k_1 und k_2 als Funktion der Parameter λ, d und D aus. Nehmen Sie dabei an, dass d << D.

(c) Berechnen Sie die Elektronenverteilung $|\Psi_{total}(0,y,t)|^2$ am Schirm! Wie gross ist der Abstand der Interferenz-Linien am Schirm (d=2μm, D=1 cm) ?

(d) Was geschieht wenn man einen der beiden Schlitze schliesst ?

Beispiel 2 (Compton-Effekt und photoelektrischer Effekt):

(a) Photoeffekt: im Experiment von Lenard werden 3 unterschiedliche Metallplatten mit Licht unterschiedlicher Wellenlängen beleuchtet und der Stromfluss an der Gegenelektrode in Abhängigkeit von der Wellenlänge gemessen. Bei den Wellenlänge von ca. λ_1 = 295nm, λ_2 = 288nm und λ_3 = 264nm tritt an den jeweiligen Metallplatten Stromfluss auf. Aus welchem Metall bestehen die 3 Platten?

(b) Compton-Effekt: Röntgenstrahlung der Wellenlänge λ_0 = 0.170 nm trifft auf ein Material mit locker gebundenen Elektronen. Das Streulicht hat eine Wellenlänge von λ_{SC} = 0.180 nm. Welche Geschwindigkeit v haben die gestoßenen Elektronen? Welcher Compton-Strom I_{SC} fließt wenn man annimmt, dass bei dem Experiment 100000 Elektronen gestreut werden?

Beispiel 3 (laufende und stehende Wellen):

Welche der folgenden Funktionen stellen laufende oder stehende Wellen dar?
Bestimmen Sie die Ausbreitungsrichtung und die Ausbreitungsgeschwindigkeit:

a) $\Psi(x,t) = \exp(-x^2 + 2xt - t^2)$
b) $\Psi(x,t) = \sin(x)\cos(t) + \cos(x)\sin(t)$
c) $\Psi(x,t) = \exp(-x^2 - t^2)$
d) $\Psi(x,t) = \sin(x)\cos(t)$
e) $\Psi(x,t) = x^2 - 2xt + t^2$

Beispiel 4 (Schrödingergleichung – unendlich tiefer Potentialtopf):

Ein Elektron befindet sich in einem *unendlich tiefen Potentialtopf* mit der Breite a.

(a) Wie lautet die Lösung der zeitunabhängigen Schrödingergleichung im Topf für die 3 Eigenfunktionen Ψ_1, Ψ_2 und Ψ_3 (ohne Normierung)? Stellen Sie die Wellenfunktionen graphisch dar für eine beliebe Breite a (z.B. a=5nm). Welchen Wert haben die Wellenfunktionen in den unendlich hohen Barrieren?

(b) Berechnen Sie die 3 niedrigsten Eigenenergien E_1, E_2 und E_3 für 2 verschiedene Breiten $a=5$ nm und $a=20$ nm.

(c) Berechnen Sie das Matrixelement $<\Psi_1|\Psi_3> = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_1(x)\Psi_3(x)dx$

(die Schreibeweise $<\Psi_1|\Psi_3>$ für das Integral wird in der Quantenmechanik *Dirac-Notation* genannt)