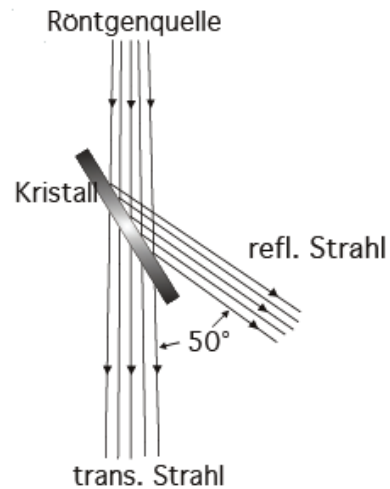


ÜBUNGSBLATT 6

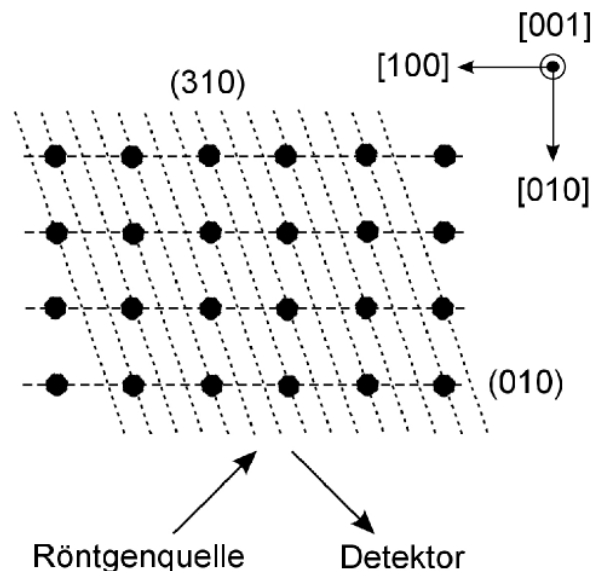
Beispiel 21 (Bragg-Bedingung):

Eine breitbandige Röntgenstrahlung trifft auf einen einfach kubischen Kristall mit einer Gitterkonstante von 4 \AA . Der Winkel zwischen dem transmittierten und dem reflektierten Strahl beträgt 50° .



- Leiten Sie die Bragg-Bedingung ab.
- Wie groß ist die Energie der reflektierten Röntgenphotonen für die 3 ersten Peaks?

- Gegeben sei ein einfach kubischer Kristall, bestehend aus nur einer Atomsorte und mit einer Gitterkonstanten von $a = 0.4 \text{ nm}$. Der Kristall wird mit monochromatischem Röntgenlicht der Wellenlänge $\lambda = 0.15 \text{ nm}$ senkrecht zur $[001]$ -Achse bestrahlt. Um diese Achse sei er so orientiert, dass der (010) -Reflex in erster Ordnung erscheint. Berechnen Sie den Winkel um den der Kristall gedreht werden muss, damit der (310) -Reflex erscheint. Die Richtung des einfallenden Röntgenstrahls bleibe dabei unverändert.



Beispiel 22 (Phononen I):

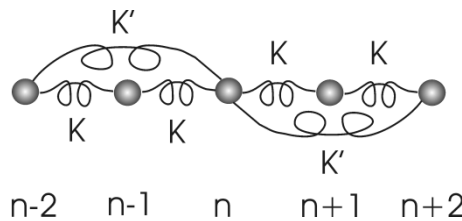
Gegeben sei eine unendlich lange lineare Anordnung von Massenpunkten der Masse M , welche in Ruhelage den gegenseitigen Abstand a aufweisen. Jeder Massenpunkt sei mit seinen beiden nächsten Nachbarn durch eine Kraftkonstante K gekoppelt. Die Massenpunkte sollen sich longitudinal auslenken lassen, wobei die Auslenkung des Massenpunktes n aus seiner Ruhelage durch die Koordinate u_n beschrieben wird.

- Stellen Sie für die Koordinate u_n einer longitudinalen Auslenkung des Massenpunktes n die Bewegungsgleichung auf!

- (b) Leiten Sie unter Verwendung des Lösungsansatzes $u_n = A \exp(i(nka - \omega t))$ die Dispersionsrelation $\omega(k)$ der Phononen her. (Hinweis: $[1 - \cos(x)]/2 = \sin^2(x/2)$)
- (c) Untersuchen Sie die Dispersionsrelation für $k \rightarrow 0$ und leiten Sie daraus einen Ausdruck für die Schallgeschwindigkeit ab.
- (d) Diskutieren Sie das Verhalten der Gruppengeschwindigkeit für $k \rightarrow \pm\pi/a$.

Beispiel 23 (Phononen II):

Verfahren Sie wie in Aufgabe 15, berücksichtigen Sie diesmal aber auch Kräfte zu übernächsten Nachbarn, welche durch eine Kraftkonstante K' beschrieben werden soll.



- (a) Stellen Sie für obige lineare Kette die Bewegungsgleichung auf!
- (b) Leiten Sie unter Verwendung des Lösungsansatzes $u_n = A \exp(i(nka - \omega t))$ die Dispersionsrelation $\omega(k)$ der Phononen her.
- (c) Wie lautet die Dispersionsrelation der Phononen für $k \rightarrow 0$ und $K' = K/4$?

Beispiel 24 (Effektive Masse):

- (a) Zeigen Sie, daß man ausgehend von der Definition der Gruppengeschwindigkeit für ein allgemeines Energieband $E(k)$ folgenden Ausdruck für die effektive Masse erhält:

$$m^* = \hbar^2 \left(\frac{\partial^2 E(k)}{\partial k^2} \right)^{-1}$$

- (b) Zeigen Sie, daß in einem parabolischen Band die effektive Masse konstant ist!

Optional:

- (c) Gegeben sei folgendes modellhafte Energieband: $E(k) = \frac{E_0}{2} [1 - \cos(kd)]$. Zeichnen Sie das E(k)-Diagramm über die erste Brillouin-Zone! Berechnen Sie die parabolische Näherung für die gegebene Bandstruktur (für $|k| \ll \pi/d$) durch Taylorreihen-Entwicklung! Wie groß ist die effektive Masse in der parabolischen Näherung für $E_0 = 2$ eV und $d = 5$ Å?