

ÜBUNGSBLATT 7

Beispiel 25 (Flache Störstellen in Halbleitern):

Die Einelektronen-Schrödingergleichung für einen Kristall, in welchem ein Gitteratom durch ein Fremdatom ersetzt wird (punktförmige Störung), kann durch eine Reihe von vereinfachenden Voraussetzungen in eine Effektivmassengleichung überführt werden.

In einem isotropen Zweibandmodell lautet diese z.B. für Donatorzustände (ein zusätzliches Valenzelektron des Dotieratoms):

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m_c^*} \Delta - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r} \right) F_c(r) = (E - E_g) F_c(r)$$

wobei $F_c(r)$ die Einhüllende der Wellenfunktion des Elektrons im Halbleiter ist.

- (a) Schätzen Sie für wasserstoffähnliche Donatorzustände die Bindungsenergien nahe dem Leitungsband und die dazugehörigen Bohrradien für InSb ($\epsilon_r=17$, $m_c^*=0.014$) für GaAs ($\epsilon_r=13$, $m_c^*=0.067$) und für Si ($\epsilon_r=11.9$, $m_{c,t}^*=0.19$, $m_{c,l}^*=0.92$) ($m_{c,t}^*$ und $m_{c,l}^*$ sind die transversale und longitudinale Massen) ab.
- (b) Vergleichen Sie die so erhaltenen Bindungsenergien mit experimentell bestimmten Werten typischer Donatoren (Literatur). Womit lassen sich bei Si die Abweichungen zum Wasserstoff-Modell qualitativ erklären?

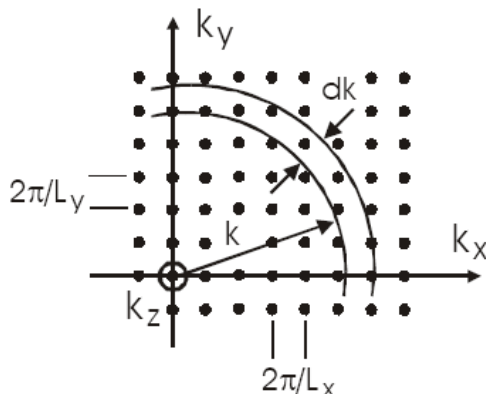
Beispiel 26 (Zustandsdichte):

Zeigen Sie, dass man für ein *nicht-parabolisches* Energieband der Form

$$E(1 + \alpha E) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \quad (\alpha \dots \text{Konst.}, \text{ z.B. GaAs: } \alpha = 0.67 \text{ eV}^{-1}) \text{ in einem Halbleiter}$$

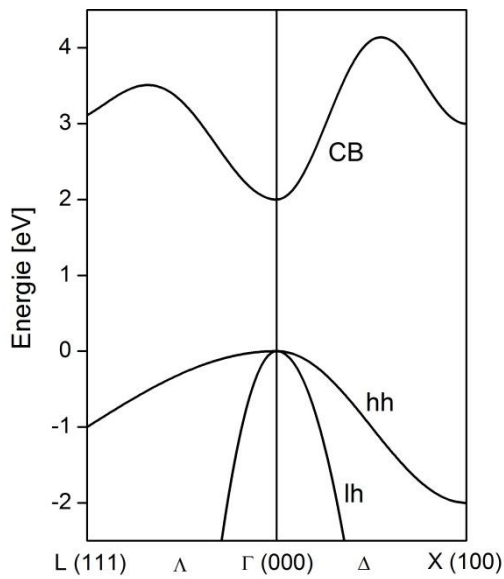
(Abmessungen: $L_x \times L_y \times L_z$) folgenden Ausdruck für die sog. *Zustandsdichte* (= Zahl der Zustände / Volumen im Energieintervall $E \rightarrow E + dE$) erhält:

$$Z(E) = \frac{1}{L_x L_y L_z} \frac{dN(E)}{dE} = \frac{\sqrt{2}}{\pi^2 \hbar^3} (m^*)^{3/2} (1 + 2\alpha E) \sqrt{E(1 + \alpha E)}$$



Hinweis: Überlegen Sie, welches Volumen ein Zustand im k-Raum einnimmt (Born-von Karman Randbedingungen). Wie viele Elektronen finden im k-Raum in einer Kugelschale der Dicke dk Platz (siehe Abbildung)? Beachten Sie, dass jeder Zustand von zwei Elektronen besetzt werden kann! Berechnen Sie daraus zuerst die Anzahl der Zustände im Bereich $k \rightarrow k + dk$ und daraus mit Hilfe der Dispersionsrelation im Energiebereich $E \rightarrow E + dE$.

Beispiel 27 (Bandstruktur):



Die Abbildung zeigt einen Ausschnitt der Bandstruktur eines Halbleiters. Verwenden Sie für die Energiebänder in (100)-Richtung folgende analytische Ausdrücke:

Valenzband der "schweren" Löcher (hh):

$$E_{hh} = \Delta_{hh} [\cos(kd) - 1]$$

Valenzband der "leichten" Löcher (lh):

$$E_{lh} = -\Delta_{lh} (kd)^2$$

Leitungsband (CB):

$$E_{CB} = E_G + \frac{\Delta_{CB}}{3} [1 - \cos(kd)] + \frac{\Delta_{CB}}{2} [1 - \cos(2kd)]$$

wobei: $E_G = 2 \text{ eV}$, $\Delta_{CB} = 1.5 \text{ eV}$, $\Delta_{hh} = 1 \text{ eV}$, $\Delta_{lh} = 2 \text{ eV}$.

Die Gitterkonstante in (100)-Richtung sei $d = 5 \text{ \AA}$.

- Wie groß sind die direkte und die indirekte Bandlücke?
- Wie groß sind die effektiven Elektronenmassen in (100)-Richtung im Γ -Punkt und im X-Punkt (parabolische Näherung)?
- Wie groß sind die effektiven Massen der leichten und der schweren Löcher im Γ -Punkt in (100)-Richtung (parabolische Näherung)?
- Berechnen Sie die Elektronenmasse in (100)-Richtung exakt!

Beispiel 28 (Ferminiveau):

- Skizzieren Sie die Zustandsdichte, die Besetzungswahrscheinlichkeit und die Elektronen- bzw. Löcherdichte pro Energieintervall für einen undotierten und für einen n-dotierten Halbleiter!
- Leiten Sie für einen Halbleiter mit parabolischen Bändern den Zusammenhang zwischen Elektronendichte n und Ferminiveau E_f her. Nehmen Sie an, dass der Halbleiter nicht entartet ist, d.h. $E_c - E_f \gg kT$.

Hinweise: $\int_0^\infty \sqrt{x} \exp(-x) dx = \sqrt{\pi} / 2$

Zustandsdichte: $Z(E) = \frac{1}{2\pi^2 \hbar^3} (2m^*)^{3/2} \sqrt{E}$