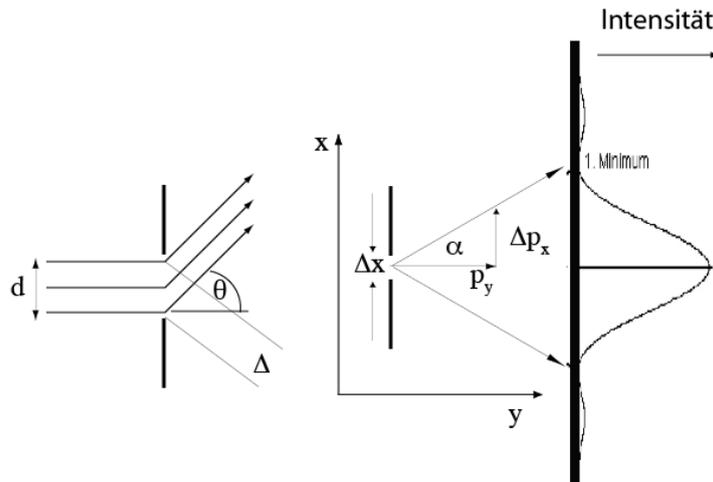


ÜBUNGSBLATT 2

Beispiel 5 (Unschärferelation) – ohne Unterlagen:

Eine einfache, aber nicht exakte Herleitung der Heisenberg'schen Unschärferelation lässt sich aus der Beugung von Quantenobjekten mit der Wellenlänge λ am Einzelspalt gewinnen.



- (a) Leiten Sie die Formel für die Lage der Beugungsminima bei der Beugung am Einzelspalt her. Hinweis: Ist der Gangunterschied Δ zwischen dem Randstrahl und dem Zentrumsstrahl $\lambda/2$, bzw. ist der Gangunterschied zwischen den Randstrahlen λ , so kommt es zur Strahlausslöschung.
- (b) Abschätzung für die Impulsunschärfe Δp_x und Unschärferelation:
 Auf den Spalt falle ein Parallelstrahl von Quantenobjekten mit dem Impuls p_y ein. Durch die Einengung auf den Ort Δx im Spalt weitet sich das Bündel auf dem Weg zum Schirm auf. Die Quantenobjekte erhalten nun eine Unschärfe im Querimpuls Δp_x , welche aus der Breite des Beugungsmaximums abgeschätzt werden kann. Berechnen Sie das Produkt $\Delta x \Delta p_x$.

Hinweise :

de-Broglie-Wellenlänge : $p = h/\lambda$

Verwenden Sie die Kleinwinkelnäherung : $\sin \alpha = \tan \alpha$

Beispiel 6 (Welle-Teilchen Dualismus - De-Broglie Beziehung) – ohne Unterlagen:

- a) Thermische Neutronen haben die Energie $E_{th} = 25 \text{ meV}$; die Neutronenmasse beträgt $m_N = 1.675 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. Wie groß ist die De-Broglie Wellenlänge? (Abschätzung)
- b) Ein Geschöß der Masse $m = 20 \text{ g}$ fliegt mit der Geschwindigkeit $v = 1000 \text{ ms}^{-1}$. Wie groß ist die zugehörige Materiewellenlänge? Wieso beobachtet man keine Beugungseffekte?

Beispiel 7 (Schrödingergleichung – unendlich tiefer Potentialtopf) – ohne Unterlagen:

Ansatz: $\Psi(x) = A \cdot \sin(kx) + B \cdot \cos(kx)$

Ein Elektron befindet sich in einem *unendlich tiefen Potentialtopf* mit der Breite **a**

- (a) Wie lautet die Lösung der zeitunabhängigen Schrödingergleichung im Topf für die 3 niedrigsten Eigenenergien Ψ_1 , Ψ_2 und Ψ_3 (ohne Normierung)? Stellen Sie die Wellenfunktionen graphisch dar. Welchen Wert haben die Wellenfunktionen in den unendlich hohen Barrieren?
- (b) Wie muß A bzw. B gewählt werden? (Erklärung, keine Rechnung)

Beispiel 8 (Orthonormalität der Eigenfunktionen):

Die Lösungen der Schrödingergleichung sind *orthonormal*, d.h. sie erfüllen die Beziehung:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_n^*(x) \varphi_m(x) dx = \begin{cases} 1 & n = m \\ 0 & n \neq m \end{cases}$$

Zeigen Sie, daß die Eigenfunktionen des unendlich tiefen Potentialtopfes

$\varphi_n(x) = \sqrt{2/a} \sin(n\pi x/a)$ (für $0 \leq x \leq a$; 0 sonst) orthonormal sind!

Hinweis: $\sin(x) \cdot \sin(y) = \frac{\cos(x-y) - \cos(x+y)}{2}$