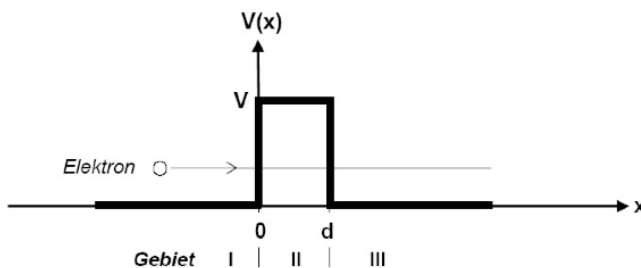


ÜBUNGSBLATT 3

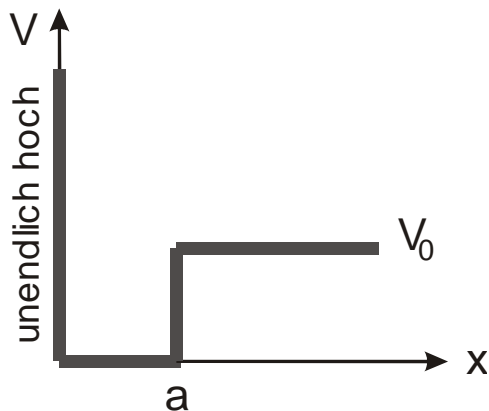
Beispiel 9 (Tunneln): - ohne Unterlagen

Es sei eine endliche hohe Barriere gegeben (z.B. GaAs-AlAs-GaAs).

- (a) Diskutieren Sie den Ansätze der Schrödingergleichung in den Gebieten I, II und III.
- (b) Finden Sie ein Gleichungssystem zur Lösung der Amplituden der Wahrscheinlichkeitsfunktionen für den Fall $E < V$.
- (c) Man nehme an, dass die *effektive* Elektronenmasse im Bereich II größer als in Bereich I und III ist, was ändert sich?



Beispiel 10 (Schrödingergleichung – endlich tiefer Potentialtopf): - ohne Unterlagen



- (a) Zeigen Sie, daß man für den linksgezeichneten Potentialtopf für $E < V_0$ folgende Bestimmungsgleichung für die Eigenenergien im Topf erhält:

$$\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} + \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar} \tan\left(\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} a\right) = 0$$

Bemerkung: $\alpha = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$
verwenden sie:

$$\beta = \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar}$$

Hinweis: Die Wellenfunktion geht für $x \rightarrow \infty$ gegen Null (gebundener Zustand).

- (b) Zeigen Sie graphisch, daß man aus obiger Gleichung für $V_0 \rightarrow \infty$ die Eigenenergien des unendlich tiefen Potentialtopfes erhält.

Beispiel 11 (Harmonischer Oszillator): - ohne Unterlagen

(a) Gehen Sie von der zeitabhängigen Schrödingergleichung (SG) des harmonischen Oszillators aus und ermitteln Sie die zeitunabhängige SG, wenn die potentielle Energie gegeben ist durch:

$$V(x) = \frac{1}{2} \kappa x^2$$

Verwenden Sie den Separationsansatz $\Psi(x, t) = \varphi(x) \cdot \exp\{-i\omega t\}$

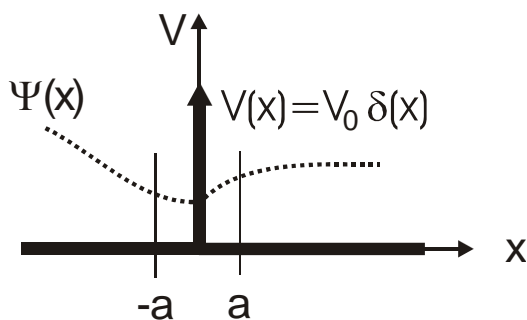
Welche Bedingung muss eine Potenzialfunktion erfüllen, damit die Separation gerechtfertigt ist? Was bedeutet *konservativ* in diesem Zusammenhang?

(b) Die Energieeigenwerte des harmonischen Oszillators sind gegeben durch:

$$E_n = \hbar \sqrt{\frac{\kappa}{m}} \cdot \left(n + \frac{1}{2}\right) = \hbar \omega_c \cdot \left(n + \frac{1}{2}\right)$$

Welche Wellenlänge muß eingestrahlt Licht haben, wenn es den harmonischen Oszillator vom Zustand „n“ in den Zustand „n+1“ anregen soll?

Zeichnen Sie schematisch das Potenzial inklusive Warscheinlichkeitsdichtefunktionen.

Beispiel 12 (Delta-Potenzial):

Das Bild zeigt eine (beliebige) Wellenfunktion $\Psi(x)$ in der Umgebung eines sogenannten *Delta-Potenzials* $V(x) = V_0 \delta(x)$,

wobei $\delta(x)$ die Dirac'sche Deltafunktion bezeichnet. Die Wellenfunktion an einem Delta-Potenzial ist stetig, d.h.:

$$\Psi(0_-) = \Psi(0_+)$$

Zeigen Sie, dass für die Ableitung der Wellenfunktion folgendes gilt:

$$\Psi'(0_+) - \Psi'(0_-) = \frac{2mV_0}{\hbar^2} \Psi(0)$$

Hinweis: Integrieren Sie die zeitunabhängige Schrödingergleichung von $-a$ bis a und

bilden Sie dann $\lim_{a \rightarrow 0}$

Beachten Sie, dass $\int \delta(x - x_0) f(x) dx = f(x_0)$.