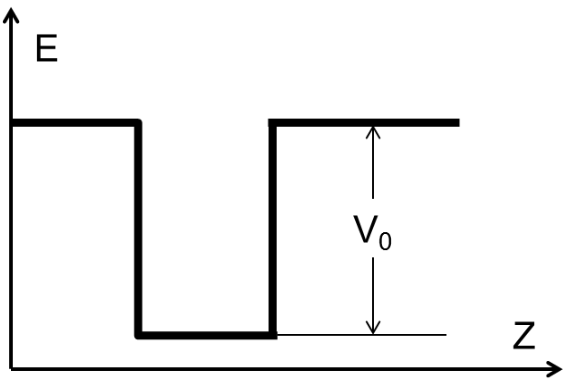
ÜBUNGSBLATT 4

Beispiel 13 (Potenzialtopf mit endlichen Barrieren) – ohne Unterlagen

Es sei ein Potenzialtopf (z. B. aus InAlAs – InGaAs – InAlAs) gegeben.

(a) Diskutieren Sie den Ansätze der Schrödingergleichung in den Gebieten I, II und III. Wählen Sie den Koordinatenursprung und die Beschriftung selbst.

(b) Wie ändern sich die Wellenfunktionen beim Übergang von I nach II (bzw. II nach III) für den Fall $E > V_0$.



(c) Was bedeutet das für die Energie ?

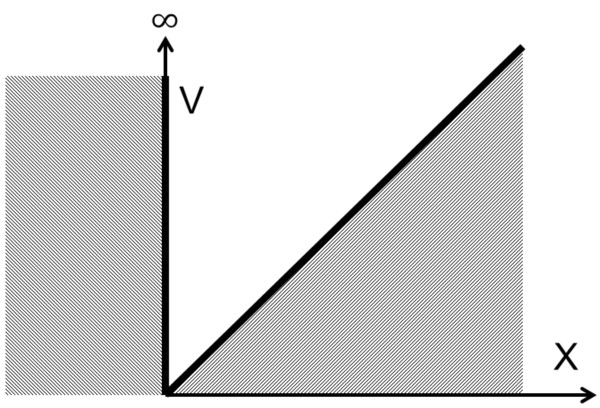
Beispiel 14 (Dreieckspotential):

Es sei ein Dreieckspotential gegeben (siehe Skizze)

(a) Stellen Sie die Schrödingergleichung zur Lösung dieses Problems auf.

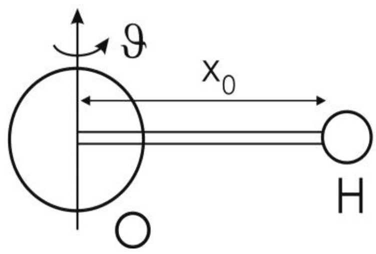
(b) Geben Sie die Lösung der Schrödingergleichung für das erste Energieniveau an.

(c) Wie sieht die Wellenfunktion (schematisch) aus



Hinweis: Als Hilfe zur Lösung bietet sich die ***solve*** Funktion bei www.wolframalpha.com an. Beispiel: "***solve y(x)'' – Ay(x)=0***"

Beispiel 15 (Die Schrödingergleichung in anderen Koordinaten): Ohne Unterlagen



Untersuchen wir nun die Rotationsenergien dieses OH-Moleküls. Dazu gehen Sie davon aus, dass das H-Atom um das O-Atom rotiert, ohne dass sich dadurch die Bindungslänge verändert, d.h. die Atome sind wie mit einer festen Stange verbunden (siehe Abbildung). Man spricht von einem starren Rotator.

Die Schrödingergleichung für dieses Problem lautet (ϑ : Winkel) :

$$\frac{-\hbar^2}{2m}\frac{1}{x_0^2}\frac{\partial^2}{\partial\vartheta^2}\varphi(\vartheta)+V(r)\,\varphi(\vartheta)=E\varphi(\vartheta)$$

Zeigen Sie, dass man folgenden Ausdruck für die Rotationseigenenergien erhält:

$$E_n=\frac{\hbar^2 n^2}{2mx_0^2}$$

Hinweis: Randbedingung: .

$$\varphi(\vartheta)=\varphi(\vartheta+2\pi)$$

Beispiel 16 (Translations-Operator, Bloch-Theorem und Periodizität): ohne Unterlagen

a) Der **Translationsoperator** e^{ika} verschiebt beliebige Funktionen *f(x)* um die Strecke *a*:

$$f(x+a)=e^{ika}f(x)$$

Zeigen Sie dass der Translationsoperator exp(*ika*), mit beliebigen *a*, angewandt auf die Funktion *f(x)* einer Taylorreihenentwicklung der Funktion *f(x)* um den Punkt x_0 = 0 entspricht.

Der Impuls p ist gegeben durch $p=\hbar k$, der quantenmechanische Impulsoperator ist $\hat{p}=-i\hbar\frac{d}{dx}$, setzen Sie den Operator anstelle des Impulses ein.

b) Das **Bloch-Theorem** besagt, dass die Lösungen der Schrödingergleichung für ein periodisches Potenzial die folgende spezielle Form haben müssen:

$$\psi_k(\vec{x})=e^{i\vec{k}\vec{x}}u_k(\vec{x})$$

wobei $u_k(x)$ die gleiche Periodizität wie das Kristallgitter besitzt. Die speziellen Funktionen $\psi_k(x)$ nennt man Bloch-Funktionen.
Eine **periodische Funktion** *f(x)* mit Periode *b* ist gegeben wenn gilt:

$$f(\vec{x}+\vec{b})=f(\vec{x})$$

Zeigen Sie dass die Bloch-Funktionen periodisch mit der Periode des Kristallgitters sind.