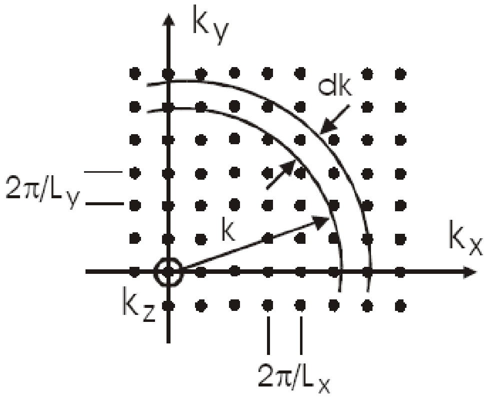
ÜBUNGSBLATT 6

Beispiel 21 (Zustandsdichte):

Zeigen Sie, dass man für ein *nicht-parabolisches* Energieband der Form $E(1+\alpha E)=\frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$ (α…Konstante, z.B. GaAs: α = 0.67 eV^{-1}) in einem Halbleiter ($L_x \times L_y \times L_z$) folgenden Ausdruck für die sogenannte *Zustandsdichte* (= Anzahl der Zustände je Volumen im Energieintervall $E \to E+dE$) erhält:

$$Z(E)=\frac{1}{L_x L_y L_z}\frac{dN(E)}{dE}=\frac{\sqrt{2}}{\pi^2\hbar^3}(m^*)^{3/2}(1+2\alpha E)\sqrt{E(1+\alpha E)}\ .$$



Hinweis: Überlegen Sie, welches Volumen ein Zustand im k-Raum einnimmt (Born–von Karman Randbedingungen). Wie viele Elektronen finden im k-Raum in einer Kugelschale der Dicke *dk* Platz (siehe Abbildung)? Beachten Sie, dass jeder Zustand von zwei Elektronen besetzt werden kann! Berechnen Sie daraus zuerst die Anzahl der Zustände im Bereich $k \to k+dk$ und daraus mit Hilfe der Dispersionsrelation im Energiebereich $E \to E+dE$.

Beispiel 22 (Phononen I): - ohne Unterlagen

Gegeben sei eine unendlich lange lineare Anordnung von Massenpunkten der Masse *M*, welche in Ruhelage den gegenseitigen Abstand *a* aufweisen. Jeder Massenpunkt sei mit seinen beiden nächsten Nachbarn durch eine Kraftkonstante *K* gekoppelt. Die Massenpunkte sollen sich longitudinal auslenken lassen, wobei die Auslenkung des Massenpunktes *n* aus seiner Ruhelage durch die Koordinate u_n beschrieben wird.

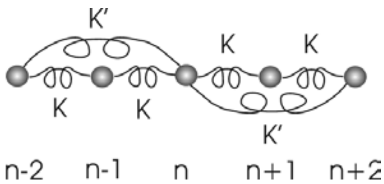
(a) Stellen Sie für die Koordinate u_n einer longitudinalen Auslenkung des Massenpunktes *n* die Bewegungsgleichung auf!

(b) Leiten Sie unter Verwendung des Lösungsansatzes $u_n = A\exp(i(nka-\omega t))$ die Dispersionsrelation $\omega(k)$ der Phononen her.
Hinweis: $[1-\cos(x)]/2=\sin^2(x/2)$

(c) Untersuchen Sie die Dispersionsrelation für $k \to 0$ und leiten Sie daraus einen Ausdruck für die Schallgeschwindigkeit ab.

(d) Diskutieren Sie das Verhalten der Gruppengeschwindigkeit für $k \to \pm\pi/a$

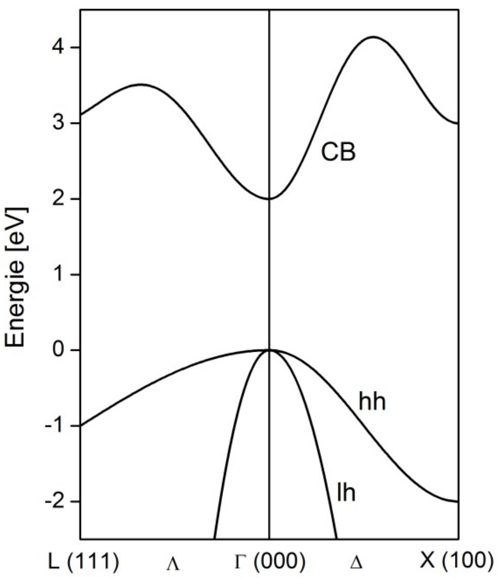
Beispiel 23 (Phononen II):



Verfahren Sie wie in Aufgabe 22, berücksichtigen Sie diesmal aber auch Kräfte zu übernächsten Nachbarn, welche durch eine Kraftkonstante K' beschrieben werden soll.

(a) Stellen Sie für obige lineare Kette die Bewegungsgleichung auf!
(b) Leiten Sie unter Verwendung des Lösungsansatzes $u_n = A\exp(i(nka - \omega t))$ die Dispersionsrelation $\omega(k)$ der Phononen her.
(c) Wie lautet die Dispersionsrelation der Phononen für $k \to 0$ und K' = K/4 ?

Beispiel 24 (Bandstruktur):



Die Abbildung zeigt einen Ausschnitt der Bandstruktur eines Halbleiters. Verwenden Sie für die Energiebänder in (100)-Richtung folgende analytische Ausdrücke:

Valenzband der "schweren" Löcher (hh):

$$E_{hh} = \Delta_{hh}\left[\cos(kd) - 1\right]$$

Valenzband der "leichten" Löcher (lh):

$$E_{lh} = -\Delta_{lh}(kd)^2$$

Leitungsband (CB):

$$E_{CB} = E_G + \frac{\Delta_{CB}}{3}\left[1 - \cos(kd)\right] + \frac{\Delta_{CB}}{2}\left[1 - \cos(2kd)\right]$$

wobei: $E_G = 2\ \text{eV}, \quad \Delta_{\text{CB}} = 1.5\ \text{eV}, \quad \Delta_{hh} = 1\ \text{eV}, \qquad \Delta_{lh} = 2\ \text{eV}$.

Die Gitterkonstante in (100)-Richtung sei d = 5 Å.

(a) Wie groß sind die direkte und die indirekte Bandlücke?
(b) Wie groß sind die effektiven Elektronenmassen in (100)-Richtung im Γ-Punkt und im X-Punkt (parabolische Näherung)?
(c) Wie groß sind die effektiven Massen der leichten und der schweren Löcher im Γ-Punkt in (100)-Richtung (parabolische Näherung)?
(d) Berechnen Sie die Elektronenmasse in (100)-Richtung exakt!