Der kollektorseitige Ausgangswiderstand des Bipolartransistors

G. Hobler, Institut für Festkörperelektronik, TU Wien

17. März 2010

In diesem Artikel wird der Ausgangswiderstand des Bipolartransistors am Kollektor bei allgemeiner Beschaltung am Emitter und an der Basis berechnet. In Abbildung 1 sind diese Beschaltungen durch Ohmsche Widerstände R_B und R_E realisiert, die folgende Kleinsignalanalyse bleibt jedoch gleich, wenn es sich um beliebige Schaltungen mit den differenziellen Innenwiderständen R_B bzw. R_E handelt.

Der Inhalt dieses Artikels ist mit Ausnahme des Endergebnisses Gleichung (6) nicht Prüfungsstoff. Zweck ist es zu zeigen, dass Gleichung (6) in den meisten Fällen, aber nicht immer anwendbar ist und die Bedingung für ihre Anwendbarkeit (Gleichung 10) anzugeben.

Die Berechnung des kollektorseitigen Ausgangswiderstandes unter Beschaltung nach Abbildung 1 ist eine Aufgabe, für die das von uns sonst verwendete Ersatzschaltbild schlecht geeignet ist, da sich ein unübersichtliches Gleichungssystem ergibt. Im Artikel „Aber im Buch XY wird ein anderes Ersatzschaltbild verwendet..." wird gezeigt, dass unser Ersatzschaltbild äquivalent zu dem in Abbildung 2 dargestellten nach Giacoletto ist. In Abbildung 3a ist dieses Ersatzschaltbild für den Transistor in der Schaltung von Abbildung 1 eingesetzt.

In dieser Ersatzschaltung sehen wir, dass die Serienschaltung aus B/g_m und R_B parallel zu R_E liegt. Wenn wir diese Widerstände durch einen Ersatzwiderstand

$$R'_\mathrm{E} = \left(\frac{B}{g_\mathrm{m}} + R_\mathrm{B}\right) || R_\mathrm{E} \tag{1}$$

ersetzen (Abbildung 3b), verschwindet die Spannung u_BE aus der Schaltung, die für die gesteuerte Stromquelle $g_\mathrm{m}u_\mathrm{BE}$ benötigt wird. Wir können diese jedoch noch vorher mit Hilfe von Abbildung 3a

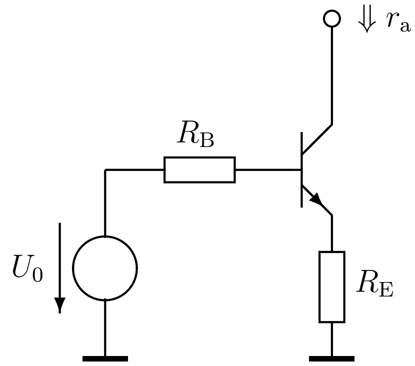

Abbildung 1: Schaltung zur Untersuchung des kollektorseitigen Ausgangswiderstands des Transistors

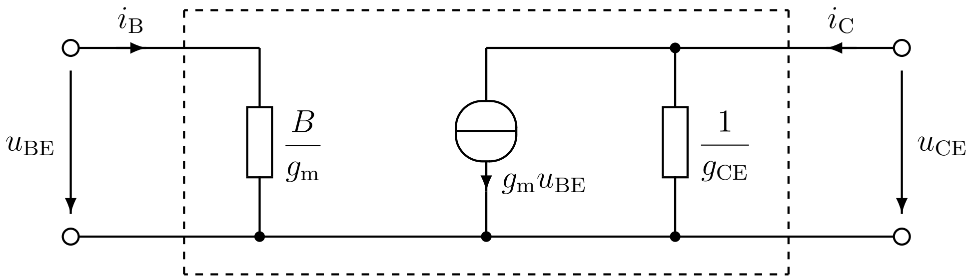

Abbildung 2: Vereinfachtes Ersatzschaltbild des Bipolartransistors nach Giacoletto für den aktiven Betrieb

mit der Emitterspannung u_E in Beziehung setzen, die zwischen Emitter und Masse, also am Widerstand R_E bzw. an der Serienschaltung aus B/g_m und R_B abfällt. Die Spannungsteilerregel liefert

$$u_\mathrm{BE} = -\frac{\frac{B}{g_\mathrm{m}}}{\frac{B}{g_\mathrm{m}} + R_\mathrm{B}} \cdot u_\mathrm{E} \tag{2}$$

Die Knotenregel für den Knoten am Kollektor liefert

$$i_\mathrm{C} = i'_\mathrm{C} + i''_\mathrm{C} = g_\mathrm{m} u_\mathrm{BE} + g_\mathrm{CE}(u_\mathrm{C} - u_\mathrm{E}) \tag{3}$$

Die Ströme i'_C und i''_C addieren sich am Emitterknoten wieder zu i_C, d.h. der Widerstand R'_E wird vom Kollektorstrom i_C durchflossen. Das Emitterpotenzial ergibt sich daher zu

$$u_\mathrm{E} = R'_\mathrm{E} \cdot i_\mathrm{C} \tag{4}$$

Einsetzen von (2) und (4) in (3) liefert

$$i_\mathrm{C} = -\left(\frac{B}{\frac{B}{g_\mathrm{m}} + R_\mathrm{B}} + g_\mathrm{CE}\right) \cdot R'_\mathrm{E} \cdot i_\mathrm{C} + g_\mathrm{CE} \cdot u_\mathrm{C}$$

Bringt man alle Terme mit i_C auf eine Seite der Gleichung, so erhält man für den Ausgangswiderstand am Kollektor

$$r_\mathrm{a} = \frac{u_\mathrm{C}}{i_\mathrm{C}} = \frac{1}{g_\mathrm{CE}} \cdot \left[1 + \left(\frac{B}{\frac{B}{g_\mathrm{m}} + R_\mathrm{B}} + g_\mathrm{CE}\right) \cdot R'_\mathrm{E}\right] \tag{5}$$

Dieser Ausdruck lässt sich vereinfachen, wenn jeweils einer der Widerstände B/g_m, R_B und R_E viel größer als die beiden anderen ist:

Fall 1: $B/g_\mathrm{m} \gg R_\mathrm{B}, R_\mathrm{E}$

Dies ist der wichtigste Fall, der insbesondere beim Feldeffekttransistor immer vorliegt. Den Feldeffekttransistor kann man ja wegen des verschwindenden Gatestroms wie einen Bipolartransistor mit $B \to \infty$ behandeln. Beim Bipolartransistor bedeutet die Bedingung, dass die Beschaltung relativ niederohmig ist. In diesem Fall kann man R_B im Nenner von (5) vernachlässigen. Weiters reduziert sich (1) wegen $B/g_\mathrm{m} + R_\mathrm{B} > B/g_\mathrm{m} \gg R_\mathrm{E}$ zu

$$R'_\mathrm{E} \approx R_\mathrm{E}$$

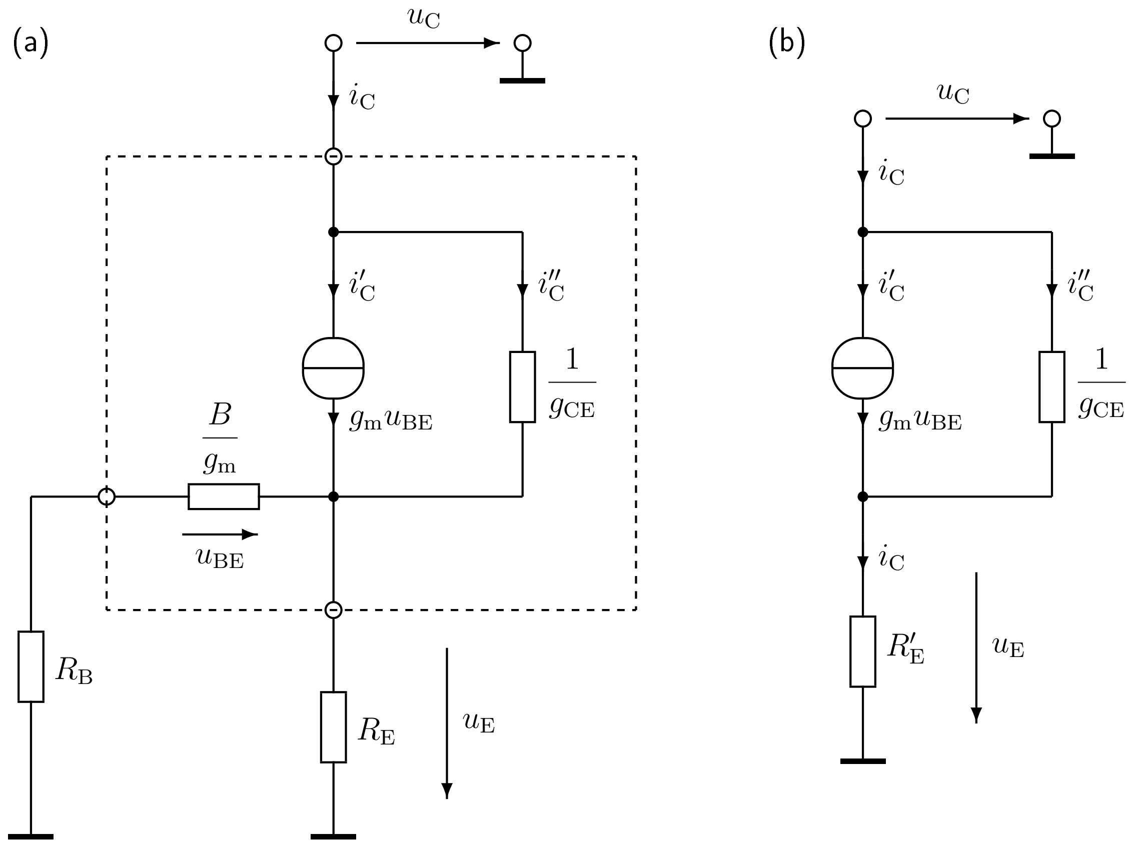

Abbildung 3: Kleinsignal-Ersatzschaltung der Schaltung nach Abbildung 1 unter Verwendung des Transistor-Ersatzschaltbilds nach Abbildung 2. In (a) ist der Transistor als strichlierte Box angedeutet. In (b) sind die drei Widerstände B/g_m, R_G und R_E zu einem Widerstand R'_E zusammengefasst.

und somit vereinfacht sich (5) zu

$$r_\mathrm{a} = \frac{1}{g_\mathrm{CE}} \cdot [1 + (g_\mathrm{m} + g_\mathrm{CE})\, R_\mathrm{E}]$$

Da $g_\mathrm{m} = I_\mathrm{C0}/U_\mathrm{T} \gg g_\mathrm{CE} = I_\mathrm{C0}/U_\mathrm{Y}$ ist ($U_\mathrm{T} \approx 25\mathrm{mV} \ll U_\mathrm{Y} \approx 100\mathrm{V}$), ergibt sich in guter Näherung

$$r_\mathrm{a} = \frac{1}{g_\mathrm{CE}} \cdot (1 + g_\mathrm{m} R_\mathrm{E}) \tag{6}$$

Fall 2: $R_\mathrm{B} \gg B/g_\mathrm{m}, R_\mathrm{E}$

Dieser Fall liegt bei hochohmiger Ansteuerung der Basis vor, also insbesondere bei Ansteuerung mit einer Stromquelle. Hier kann man im Nenner von (5) B/g_m vernachlässigen, und es gilt wegen $B/g_\mathrm{m} + R_\mathrm{B} > R_\mathrm{B} \gg R_\mathrm{E}$ wieder

$$R'_\mathrm{E} \approx R_\mathrm{E}$$

(5) vereinfacht sich daher zu

$$r_\mathrm{a} = \frac{1}{g_\mathrm{CE}} \cdot \left[1 + \left(\frac{B}{R_\mathrm{B}} + g_\mathrm{CE}\right) R_\mathrm{E}\right]$$

In der Regel dominiert der erste Term in der runden Klammer, genauer gesagt dann, wenn $R_\mathrm{B} \ll B/g_\mathrm{CE}$ (B/g_CE liegt typisch im MΩ-Bereich). Der Ausdruck kann daher weiter vereinfacht werden zu

$$r_\mathrm{a} = \frac{1}{g_\mathrm{CE}} \cdot \left(1 + B \cdot \frac{R_\mathrm{E}}{R_\mathrm{B}}\right) \tag{7}$$

Fall 3: $R_\mathrm{E} \gg B/g_\mathrm{m}, R_\mathrm{B}$

Jetzt ist

$$R'_\mathrm{E} \approx \frac{B}{g_\mathrm{m}} + R_\mathrm{B}$$

Einsetzen in (5) liefert

$$r_\mathrm{a} = \frac{1}{g_\mathrm{CE}} \cdot \left[1 + B + g_\mathrm{CE}\left(\frac{B}{g_\mathrm{m}} + R_\mathrm{B}\right)\right]$$

Der Term $g_\mathrm{CE}B/g_\mathrm{m}$ kann gegen B vernachlässigt werden, da $g_\mathrm{CE} \ll g_\mathrm{m}$ (siehe Fall 1). $g_\mathrm{CE}R_\mathrm{B}$ kann gegen B vernachlässigt werden, wenn $R_\mathrm{B} \ll B/g_\mathrm{CE}$ (selbe Bedingung wie im Fall 2). Ist dies der Fall, kann man den Ausdruck für r_a vereinfachen zu

$$r_\mathrm{a} = \frac{1 + B}{g_\mathrm{CE}} \tag{8}$$

Zusammenfassung der 3 Fälle für $R_\mathrm{B} \ll B/g_\mathrm{CE}$

Wie wir gesehen haben, kann man für $R_\mathrm{B} \ll B/g_\mathrm{CE}$ in allen Fällen g_CE in der runden Klammer von (5) vernachlässigen. Setzt man für diesen Fall den Ausdruck für R'_E aus (1) in (5) ein, so erhält man

$$r_\mathrm{a} = \frac{1}{g_\mathrm{CE}} \cdot \left(1 + \frac{B}{B + g_\mathrm{m}(R_\mathrm{B} + R_\mathrm{E})} \cdot g_\mathrm{m}R_\mathrm{E}\right) \tag{9}$$

Man kann sich davon überzeugen, dass man aus (9) in den Fällen 1, 2 und 3 wieder die dort angeführten Formeln erhält. Gleichung (9) ist in Abbildung 4 für vier feste Werte von $R_\mathrm{B}/R_\mathrm{E}$ und $B = 100$ dargestellt. Strichliert ist die Näherung (6) eingezeichnet.

Durch Vergleich von (6) mit (9) können wir sehen, dass (6) dann gilt, wenn

$$\frac{B}{B + g_\mathrm{m}R_\mathrm{B} + g_\mathrm{m}R_E} \approx 1$$

d.h. wenn

$$g_\mathrm{m}(R_\mathrm{B} + R_\mathrm{E}) \ll B \tag{10}$$

Ist $g_\mathrm{m}(R_\mathrm{B} + R_\mathrm{E}) = B$, so wird der Bruch in (9) gleich $\frac{1}{2}$, und wir überschätzen mit (6) den Ausgangswiderstand maximal um den Faktor 2. Dies ist für Abschätzungen der Größenordnung oft noch zulässig.

Ein interessanter Fall ist noch $R_\mathrm{B} \gg BR_\mathrm{E}, B/g_\mathrm{m}$ (letzte Kurve in Abbildung 4), d.h. Ansteuerung mit einer hochohmigen Stromquelle bei nicht zu großem R_E: Dies ist ein Spezialfall von Fall 2, und aus (9) bzw. einfacher aus (7) ergibt sich

$$r_\mathrm{a} = \frac{1}{g_\mathrm{CE}}$$

Es sei nochmals darauf hingewiesen, dass für den Feldeffekttransistor $B \to \infty$ gesetzt werden kann, sodass die Bedingung (10) immer erfüllt ist und (6) immer gilt.

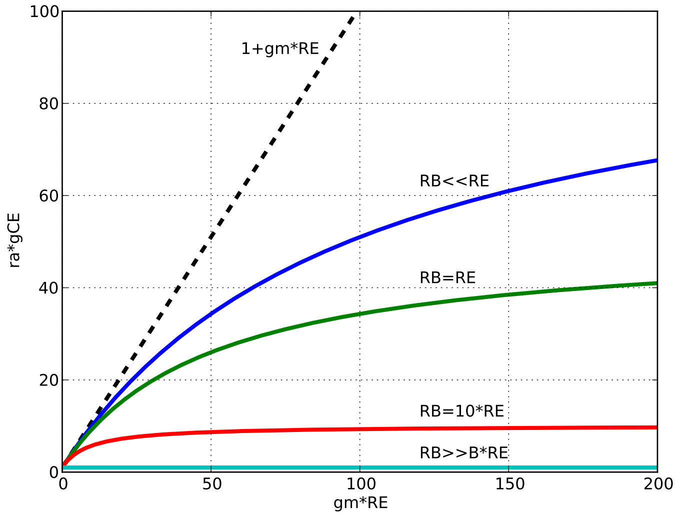

Abbildung 4: Kollektorseitiger Ausgangswiderstand als Funktion von $g_\mathrm{m} R_\mathrm{E}$ für verschiedene feste Verhältnisse $R_\mathrm{B}/R_\mathrm{E}$ und $B = 100$.