Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierungstechnik
am 19.06.2009

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$
erreichbare Punkte	10	10	10	10	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,

... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, nicht auf dem Angabeblatt,

... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,

... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an,

... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich und

... kreuzen Sie hier an, an welchem der folgenden Termine Sie **nicht** zur mündlichen Prüfung antreten können

☐ Fr, 26.06.2009 ☐ Mo, 29.06.2009

Viel Erfolg!

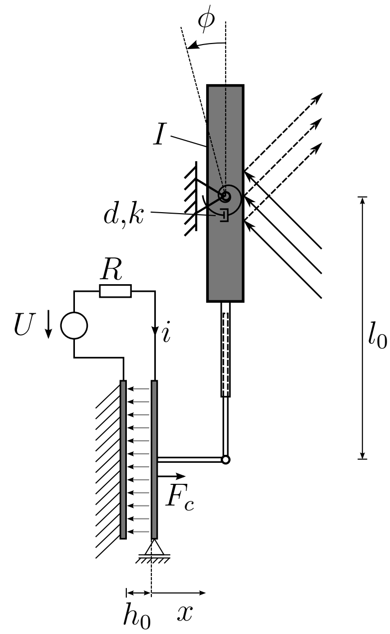

Abbildung 1: Mikroelektromechanischer Spiegel.

1. Abbildung 1 zeigt die Prinzipskizze eines mikroelektromechanischen Spiegels. Das drehbar gelagerte Spiegelelement (Trägheitsmoment $I > 0$, Drehwinkel ϕ) ist über die masselosen Verbindungselemente (reibungsloses Linearlager, reibungsloses Drehgelenk, Anfangsabstand des Drehpunktes des Spiegels zum Drehgelenk $l_0 > 0$) mit einer verschiebbar gelagerten, masselosen Elektrode eines Plattenkondensators verbunden und über eine Drehfeder (linear, Federsteifigkeitskoeffizient $k > 0$) und einen Drehdämpfer (linear, Dämpfungskoeffizient $d > 0$) an das Gehäuse gekoppelt. Die zweite Elektrode des Kondensators ist fest am Gehäuse befestigt. Für die Kapazität des Kondensators gilt $C_c(x) = \epsilon \, \frac{A}{h_0+x}$ (Elektrodenfläche $A > 0$, Elektrodenanfangsabstand $h_0 > 0$, Permittivität $\epsilon > 0$) und die Kraft auf die bewegliche Elektrode lautet $F_c = \frac{1}{2} \frac{\partial C_c(x)}{\partial x} \, u_c^2$. Der Kondensator wird durch den Strom i eines in Serie mit einer idealen Spannungsquelle (Spannung U) geschalteten Widerstandes $R > 0$ geladen.
   Hinweis: Es können folgende trigonometrische Vereinfachungen getroffen werden: $\sin(\phi) \sim \phi$ und $\cos(\phi) \sim 1$.

   a) Bestimmen Sie das zugehörige mathematische Modell in der Form $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u)$ und $y = h(\mathbf{x}, u)$ mit der Eingangsgröße $u = U$, geeigneten Zustandsgrößen $\mathbf{x}$ und dem Drehwinkel ϕ des Spiegels als Ausgangsgröße.
   Hinweis: Verwenden Sie den Winkel ϕ als eine der Zustandsgrößen!

   b) Berechnen sie die Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ des Systems für die Eingangsgröße $u_R = 0$.

   c) Linearisieren Sie das mathematische Modell um die in b) berechnete Ruhelage und bringen Sie das linearisierte System in die Form $\Delta\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u$, $\Delta y = \mathbf{c}^T\Delta\mathbf{x} + d\Delta u$.

   d) Ist das linearisierte System aus c) für die gegebenen Parameterannahmen stabil? Begründen Sie Ihre Aussage.

2. Bearbeiten Sie die folgenden Aufgaben.
   Hinweis: Alle Aufgaben (a,b,c,d,e) können unabhängig voneinander gelöst werden.

   a) Welche Bedingung muss ein System der Form

   $$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$$
   $$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$$

   erfüllen, damit es zeitinvariant ist?

   b) i) Definieren Sie den Begriff der BIBO-Stabilität eines linearen zeitkontinuierlichen zeitinvarianten Systems und geben Sie zwei Kriterien zur Überprüfung der BIBO-Stabilität an.

   ii) Unter welchen Bedingungen ist der Regelkreis nach Abbildung 2 intern stabil?

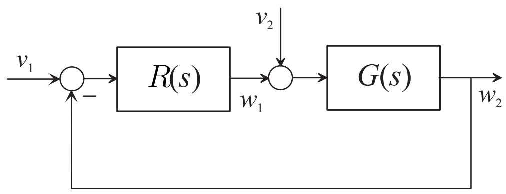

Abbildung 2: Regelkreis.

   c) Geben Sie drei verschiedene Möglichkeiten zur Überprüfung der vollständigen Beobachtbarkeit eines linearen zeitkontinuierlichen zeitinvarianten Systems an.

   d) Definieren Sie die Begriffe *Erreichbarkeit*, *Steuerbarkeit* und *Beobachtbarkeit* eines linearen zeitkontinuierlichen zeitinvarianten Systems.

   e) Welche Bedingungen muss ein lineares zeitinvariantes System der Form

   $$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$
   $$y = \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} + d\,u$$

   erfüllen, damit man von der BIBO-Stabilität der zugehörigen Übertragungsfunktion $G(s)$ auf die asymptotische Stabilität des Systems schließen kann.

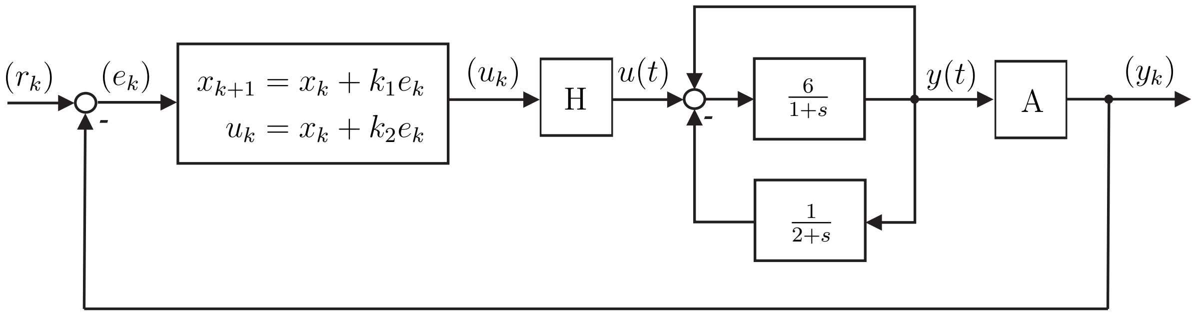

Abbildung 3: Zeitdiskreter Regelkreis.

3. Für den in Abbildung 3 dargestellten zeitdiskreten Regelkreis sind folgende Aufgaben zu bearbeiten:
   Hinweis: Die Aufgaben (a,c,d) können getrennt voneinander gelöst werden.

   a) Bestimmen Sie die zeitkontinuierliche Streckenübertragungsfunktion $G(s) = \dfrac{\hat{y}(s)}{\hat{u}(s)}$.

   b) Berechnen Sie die zeitdiskrete Streckenübertragungsfunktions $G(z) = \dfrac{\hat{y}(z)}{\hat{u}(z)}$, mit der Abtastzeit T_a als Parameter.

   c) Bestimmen Sie aus der Zustandsdarstellung des Reglers dessen Übertragungsfunktion $R(z) = \dfrac{\hat{u}(z)}{\hat{e}(z)}$.

   d) Für eine spezielle Wahl der Reglerparameter k_1, k_2 und T_a folgt aus $G(z)$ und $R(z)$ der letzten beiden Unterpunkte die Schleifenübertragungsfunktion im q-Bereich zu

$$L^{\#}(q) = \frac{-0.03(q+0.5)(q+2)(q-200)}{q(q+1)(q-4)} \quad .$$

   Bestimmen Sie mit dem vollständigen Nyquistkriterium die Stabilität des geschlossenen Regelkreises. Die benötigte Ortskurve von $L^{\#}(q)$ ist in Abbildung 4 dargestellt.

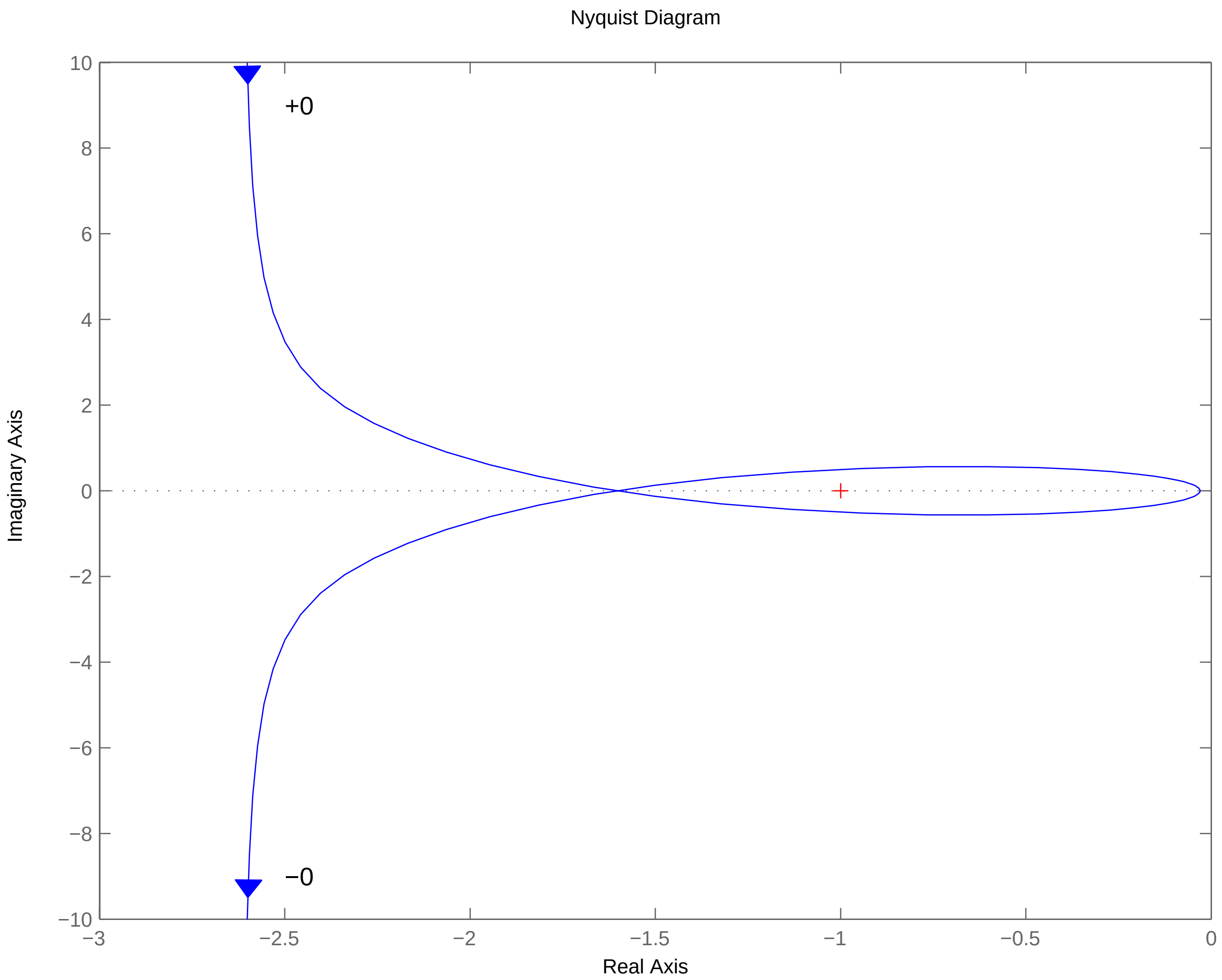

Abbildung 4: Ortskurve von $L^{\#}(q)$.

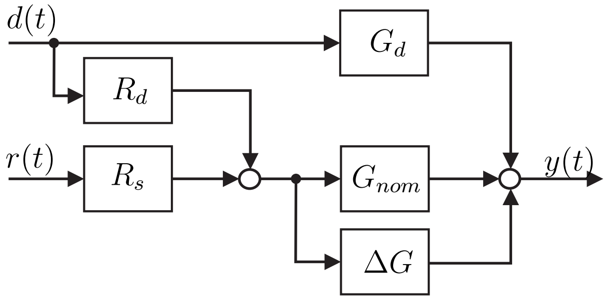

Abbildung 5: Steuerung mit Störgrößenaufschaltung.

4. a) Im Folgenden wird die Strecke

$$G(s) = \underbrace{\frac{V_{nom}(1+sc)}{(1+sa)(1+sb)}}_{G_{nom}(s)} + \underbrace{\frac{\Delta V(1+sc)}{(1+sa)(1+sb)}}_{\Delta G(s)} \quad \text{und } G_d(s) = \frac{1}{1+sa} \quad \text{mit } \; V, a, b, c > 0$$

betrachtet.

i) Entwerfen Sie für die nominelle Strecke $G = G_{nom}$ eine Steuerung R_s (siehe Abbildung 5), sodass die Führungsübertragungsfunktion $T_{nom} = R_s G_{nom}$ die Verstärkung 1 hat und einen Doppelpol bei $\frac{-1}{e}$, $e > 0$, aufweist.

ii) Bestimmen Sie für die nominelle Strecke $G = G_{nom}$ die Übertragungsfunktion R_d so, dass eine beliebige Störung $d(t)$ keine Auswirkung auf den Ausgang hat (ideale Störgrößenunterdrückung).

iii) Die in Punkt a) entworfene Steuerung soll nun im Hinblick auf Parameterschwankungen untersucht werden. Berechnen Sie dazu die Funktionen $S = \frac{T - T_{nom}}{T_{nom}}$ mit $T_{nom} = R_s G_{nom}$ und $T = R_s G$. Zeichnen Sie den Betragsgang von S in die Bode-Diagramm-Vorlage in Abbildung 6 ein. Verwenden Sie dazu die Parameterwerte $V_{nom} = 100$, $\Delta V = 1$. Wie können Sie die Empfindlichkeit gegenüber Parameterschwankungen verbessern?

b) Von einem Regelkreis mit einem Freiheitsgrad sind Strecke und Regler gemäß

$$G(s) = \frac{V_G}{s^2}, \; V_G \geq 0 \quad \text{und} \quad R(s) = \frac{V_R(1+sT_1)}{(1+sT_2)}$$

bekannt. Für welche Werte der Reglerparameter V_R, T_1 und T_2 ist der geschlossene Regelkreis BIBO-stabil? Wie groß ist die bleibende Regelabweichung bei einer Führungsrampe und den Reglerparametern $V_R = 10$, $T_1 = 10$ und $T_2 = 5$?

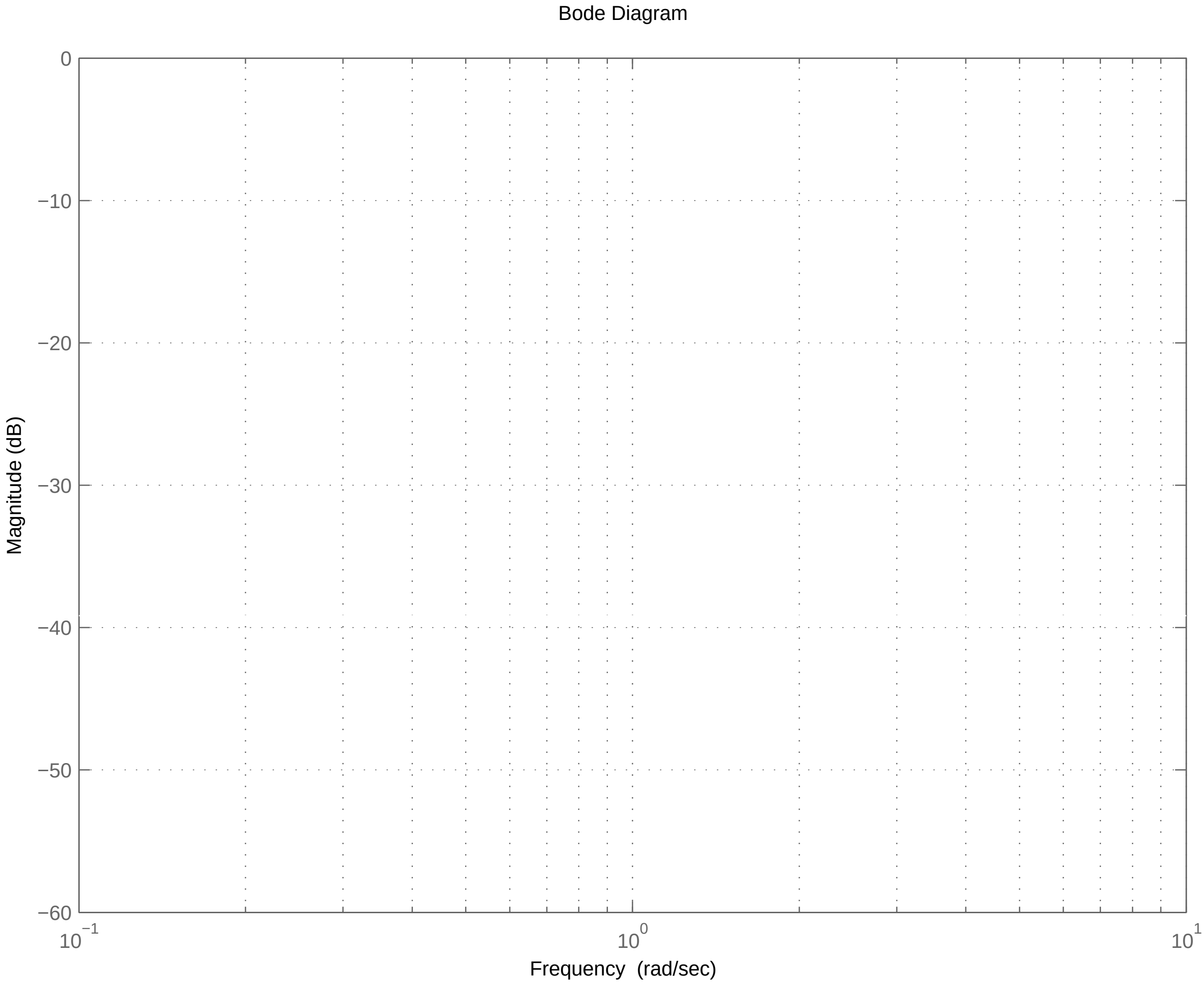

Abbildung 6: Betragsgang-Vorlage.