Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierungstechnik
am 30.04.2010

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$
erreichbare Punkte	10.5	8.5	12	9	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,

... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, nicht auf dem Angabeblatt,

... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,

... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an,

... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich und

... kreuzen Sie hier an, an welchem der folgenden Termine Sie **nicht** zur mündlichen Prüfung antreten können:

☐ Fr., 07.05.10 ☐ Mo., 10.05.10

Viel Erfolg!

1. Gegeben ist der in Abbildung 1a dargestellte Schaltkreis bestehend aus einer Spannungsquelle mit der Spannung u_e, der Induktivität L, der Kapazität C, dem Widerstand R und einer Tunneldiode mit der nichtlinearen Stromcharakteristik $i_D = h(u_D)$ in Abhängigkeit der anliegenden Spannung u_D. Der Verlauf der Stromcharakteristik $i_D = h(u_D)$ ist in Abbildung 1b dargestellt.

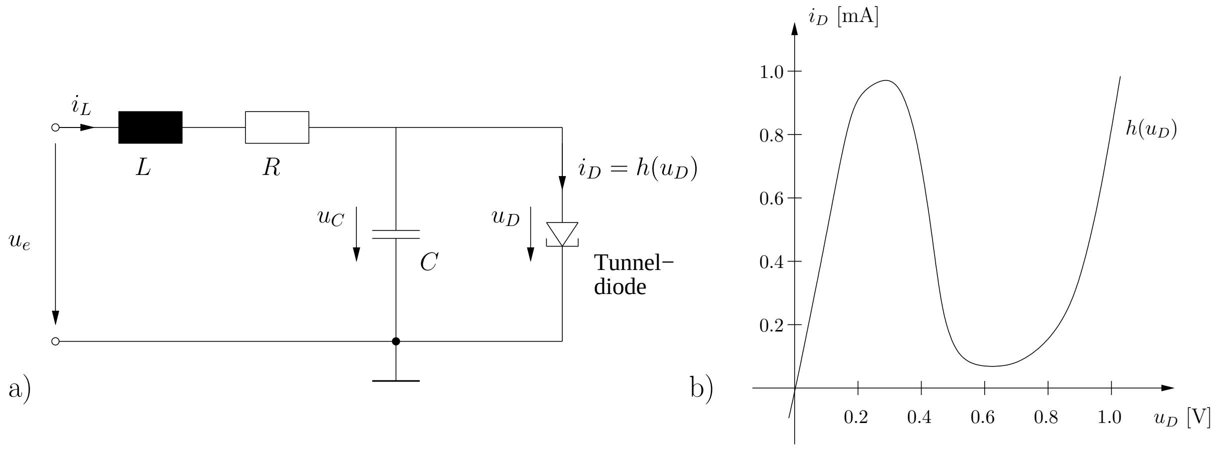


Abbildung 1: a) Schaltkreis mit Tunneldiode und b) zugehörige nichtlineare Stromcharakteristik $i_D = h(u_D)$.

a) Stellen Sie die Modellgleichungen in der Form 3 P.|

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u)$$

auf. Wählen Sie dazu $x_1 = u_C$ and $x_2 = i_L$ als Zustandsgrößen und $u = u_e$ als Stellgröße.

b) Stellen Sie die impliziten Bestimmungsgleichungen für die Ruhelagen $\mathbf{x}_R = [x_{R,1}, x_{R,2}]^T$ des Systems mit $u_e \equiv u_R$ in Abhängigkeit der nichtlinearen Kennlinie $h(x_{1,R})$ auf. 2.5 P.|
Anhand von Abbildung 1b kann $x_{R,1}$ grafisch bestimmt werden. Was folgt daraus für die maximale Anzahl an möglichen Ruhelagen in Abhängigkeit von R und u_R? Tragen Sie für das explizite Beispiel

$$u_R = 1.0 \text{ V}\,, \quad R = 1.0 \text{ k}\Omega$$

mögliche stationäre Werte von $x_{R,1}$ in Abbildung 1b ein.
Hinweis: Interpretieren Sie die nichtlineare Bestimmungsgleichung für $x_{R,1}$ als Schnittpunktbedingung für die Kennlinie in Abbildung 1b.

c) Linearisieren Sie das Modell um die durch u_R bestimmte Ruhelage $\mathbf{x}_R$ in Abhängigkeit von $h(x_{R,1})$. Geben Sie das linearisierte Modell in der Form 2 P.|

$$\Delta\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u$$

an.

d) Berechnen Sie das charakteristische Polynom der Matrix $\mathbf{A}$. Welche Bedingungen müssen für die Ableitung $h'(x_{R,1}) = \left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x_1}h\right)(x_{R,1})$ gelten, damit das charakteristische Polynom ein Hurwitzpolynom ist? Was folgt daraus für die Stabilität der in Teilaufgabe b ermittelten Ruhelagen? 3 P.|

2. Gegeben sei zunächst die Übertragungsfunktion

$$G_0(s) = \frac{1-s}{(1+s)^2}$$

a) Ist das System phasenminimal und wenn ja, warum? 0.5 P.|

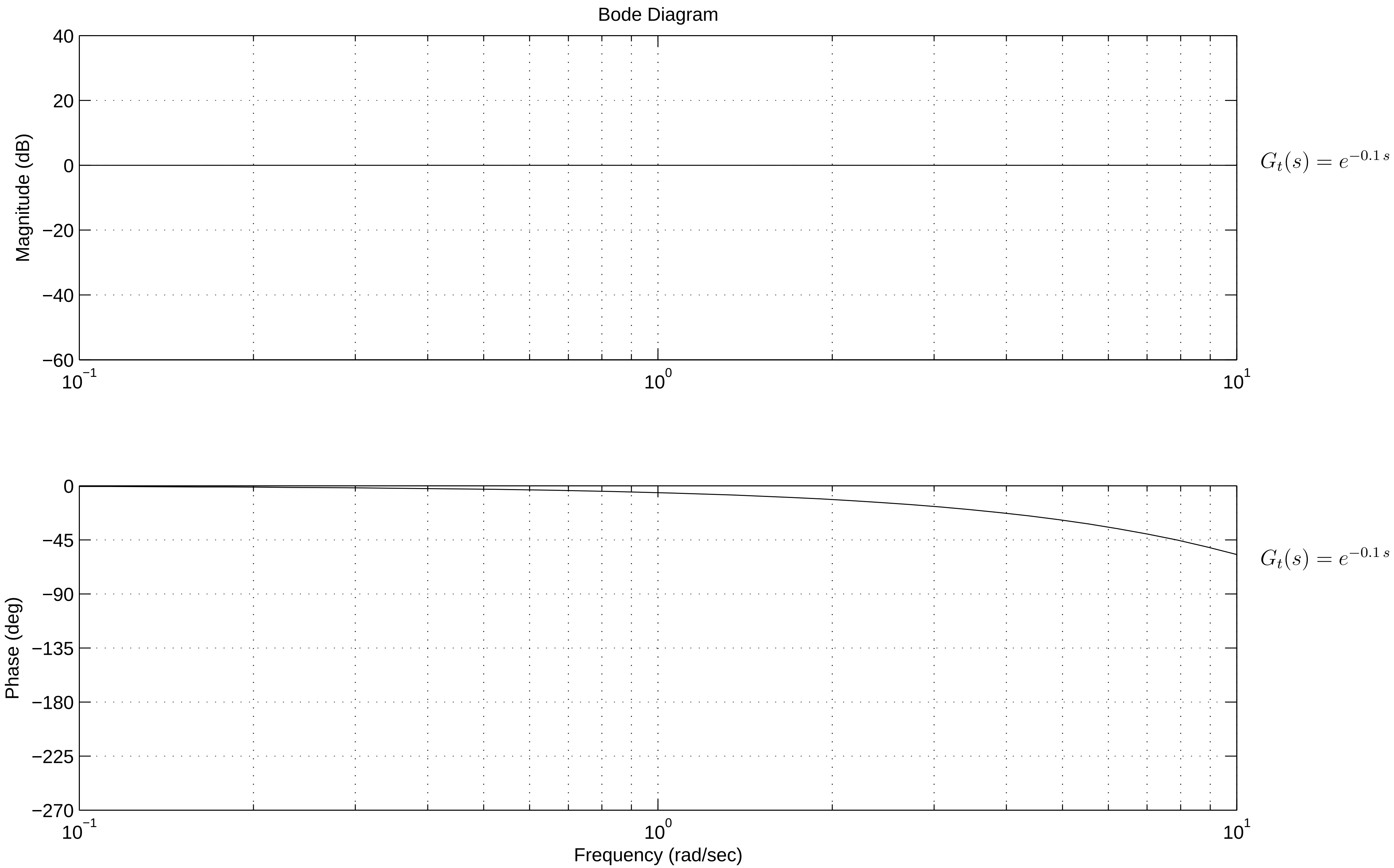
b) Skizzieren Sie die Sprungantwort für die Übertragungsfunktion $G_0(s)$. 3 P.|
Hinweis: Verwenden Sie den Anfangs– und Endwertsatz der Laplace–Transformation sowie die Beziehung $\lim_{t\to+0} \dot{h}(t) = \lim_{s\to\infty} s^2 \hat{h}(s)$.

c) Die Übertragungsfunktion sei nun durch ein Totzeitglied erweitert: 2.5 P.|

$$G(s) = G_0(s)\, e^{-T\,s} = \frac{1-s}{(1+s)^2} e^{-T\,s} \quad \text{mit} \quad T > 0\,.$$

Skizzieren Sie die Sprungantwort von $G(s)$. Berechnen Sie den Amplitudengang $|G(I\omega)|$ und den Phasengang $\arg(G(I\omega))$.

d) Auf der nächsten Seite ist das Bodediagramm der Totzeit–Übertragungsfunktion $G_t(s) = e^{-Ts}$ für $T = 0.1\,\mathrm{s}$ dargestellt. Skizzieren Sie zusätzlich die einzelnen Übertragungsfunktionen $G_1(s) = (1-s)$ und $G_2(s) = \frac{1}{(1+s)^2}$ sowie die Gesamtübertragungsfunktion $G(s)$. 2.5 P.|


Bode Diagram
Magnitude (dB)
40
20
0
−20
−40
−60
$G_t(s) = e^{-0.1\,s}$
Phase (deg)
0
−45
−90
−135
−180
−225
−270
$G_t(s) = e^{-0.1\,s}$
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
Frequency (rad/sec)

3. Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben:

   a) Gegeben ist das System der Form

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \alpha+\beta & 0 & 1 \\ 0 & -2 & \beta \\ 0 & \alpha & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u,$$

$$y = [1\ 0\ 0]\ \mathbf{x}.$$

      i. Für welchen Wertebereich der Parameter α und β erhält man durch den Einsatz eines trivialen Beobachters ein asymptotisch stabiles Fehlersystem? Skizzieren Sie die Bereiche in der (α, β)-Ebene. 3 P.|

      ii. Für welchen Wertebereich der Parameter α und β ist das System vollständig erreichbar? 1 P.|

      iii. Für welchen Wertebereich der Parameter α und β ist das System vollständig beobachtbar? 1 P.|

      iv. Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen richtig bzw. falsch sind, wenn $G(s)$ die s-Übertragungsfunktion für das oben angegebene System ist. Begründen Sie Ihre Antworten! 2 P.|

         A. Das System ist nicht vollständig erreichbar, wenn $G(s)$ die Ordnung 2 hat.

         B. Das System ist vollständig erreichbar, wenn $G(s)$ die Ordnung 3 hat.

      v. Nehmen Sie an, die Parameter α und β werden so gewählt, dass das gegebene System vollständig erreichbar und vollständig beobachtbar ist. Kann diese Eigenschaft durch Abtastung verloren gehen? Wenn ja, wie muss für das gegebene System die Abtastzeit T_a gewählt werden, damit das abgetastete System die Eigenschaft der vollständigen Erreichbarkeit und vollständigen Beobachtbarkeit nicht verliert? 1 P.|

   b) Gegeben ist folgende Übertragungsfunktion

$$G^{\#}(q) = \frac{y}{u} = \frac{q^2 - 2}{q^2 - 8q + 12}.$$

      i. Bestimmen Sie die Werte der Abtastzeit T_a für welche $G^{\#}(q)$ nicht realisierbar und jene Werte für welche $G^{\#}(q)$ nicht sprungfähig ist. 2 P.|

      ii. Bestimmen Sie für das Eingangssignal $u(t) = \sigma(t) + \sin(\frac{2\pi}{\sqrt{3}}t)$ den Ausgang $y(t)$ im eingeschwungenen Zustand unter der Annahme $T_a = 1/\sqrt{3}$. 2 P.|

4. Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben:

a) Die Sprungantwort eines linearen zeitinvarianten Abtastsystems lautet $(h_k) = (0, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 1, 1, ...)$. Berechnen Sie die Impulsantwort des Systems. Wie groß ist der maximale Wert der Ausgangsgröße des Systems y_{max}, wenn die Eingangsgröße der Beschränkung $|u_j| \leq 1,\ j = 0, 1, 2, \dots$ unterliegt? Wie lautet eine entsprechende Eingangsfolge (u_k), die zu diesem Maximalwert führt? 2 P.|

b) Abbildung 2 zeigt die Eigenwerte von vier freien Abtastsystemen erster Ordnung. Skizzieren Sie den jeweiligen Verlauf von (x_k) für mindestens 5 Abtastschritte, wenn $x_0 = 1$ gilt. 2 P.|

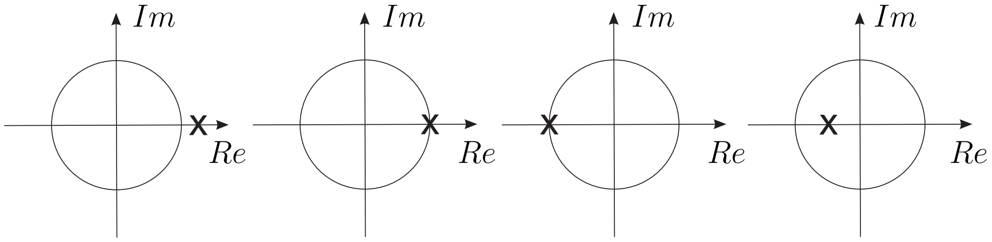


Abbildung 2: Eigenwerte eines Abtastsystems

c) Abbildung 3 zeigt das Bodediagramm der Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises $T_{y/r}(s)$ eines Standardregelkreises. Weiters weiß man, dass die

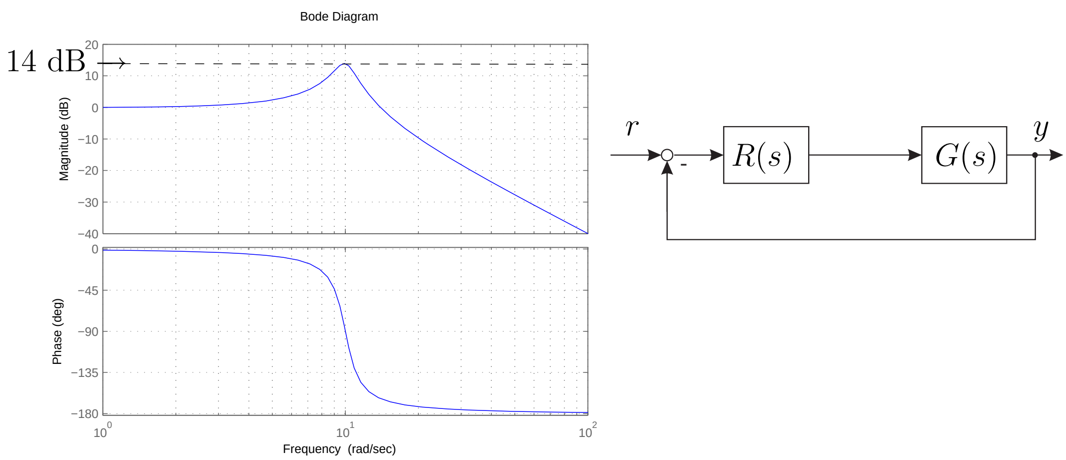


Abbildung 3: Bodediagramm des geschlossenen Kreises und Struktur des Standardregelkreises

Sprungantwort des geschlossenen Kreises im eingeschwungenem Zustand einen Wert von $y(t \to \infty) = 0.99$ liefert.

i. Bestimmen Sie die s-Übertragungsfunktion $T_{y/r}(s)$. Verwenden Sie dafür die Näherung $10^{\frac{-14}{20}} \approx 0.2$. 2 P.|

ii. Die Strecke in diesem Regelkreis besitzt die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{1}{s+1}$. Bestimmen Sie die entsprechende Übertragungsfunktion des Reglers $R(s)$. 2 P.|

iii. Wie können Anstiegszeit und Überschwingen der Sprungantwort des geschlossenen Kreises näherungsweise berechnet werden? Begründen Sie Ihre Antwort! 1 P.|