Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierungstechnik
am 02.07.2010

Arbeitszeit: 120 min

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$
erreichbare Punkte	9	11	10	10	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,

... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, nicht auf dem Angabeblatt,

... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,

... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an,

... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich und

... kreuzen Sie hier an, an welchem der folgenden Termine Sie **nicht** zur mündlichen Prüfung antreten können:

☐ Do., 08.07.10 ☐ Fr., 09.07.10

Viel Erfolg!

1. Gegeben ist das in Abbildung 1 dargestellte mechanische Ersatzschaltbild eines Fahrzeuges mit aktiver Radaufhängung. Das Fahrzeug besteht dabei aus nur 2 Massen („Viertelfahrzeugmodell"), der Aufbaumasse m_A und der Radmasse m_R. Die Radaufhängung zwischen Rad und Aufbau umfasst eine lineare Feder (Federkonstante c_A, entspannte Länge l_A, momentane Federlänge $z_A - z_R$) und eine vorgebbare Stellkraft F. Der zwischen Rad und Straße befindliche Reifen wird mit einer linearen Feder (Federkonstante c_R, entspannte Länge l_R, momentane Federlänge $z_R - z_S$) modelliert. Als Störgröße wirkt die vertikale Straßenhöhe z_S. Die Erdbeschleunigung g ist zu berückichtigen.

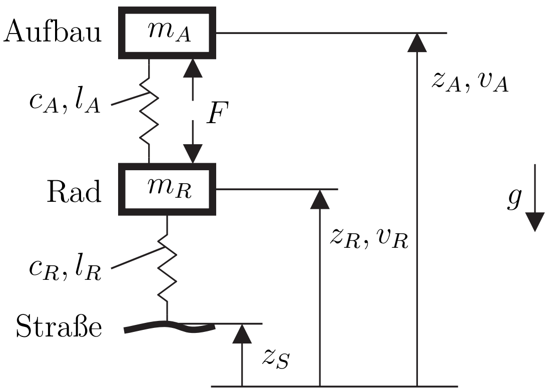

Abbildung 1: Schwingungsmodell eines Fahrzeuges.

a) Stellen Sie die Modellgleichungen in der Form 4 P.|

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u, d), \quad y = g(\mathbf{x}, u, d)$$

auf. Verwenden Sie dabei den Zustandsvektor $\mathbf{x} = [z_R, z_A, v_R, v_A]^T$, die Ausgangsgröße $y = z_A$, die Stellgröße $u = F$ und die Störgröße $d = z_S$.

b) Berechnen Sie die Ruhelage $\mathbf{x}_{RL}$ des Systems für $u = 0$ und $d = 0$. 1 P.|

c) Linearisieren Sie das Modell um die im vorherigen Punkt bestimmte Ruhelage $\mathbf{x}_{RL}$ und geben Sie es in der Form 2 P.|

$$\begin{aligned}\Delta\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}_u\Delta u + \mathbf{b}_d\Delta d\\ \Delta y &= \mathbf{c}^T\Delta\mathbf{x} + d_u\Delta u + d_d\Delta d\end{aligned}$$

an.

d) Können Sie aufgrund der Elemente aus denen sich das Modell zusammensetzt (Massen, Federn) eine Aussage treffen, ob das linearisierte System asymptotisch stabil ist? Eine Rechnung ist hier *nicht* gesucht! 1 P.|

e) Es soll nun ein einfacher Fahrkomfortregler angegeben werden. Welches Zustandsregelgesetz $\Delta u = h(\Delta\mathbf{x})$ würde eine perfekte Komfortregelung, d.h. $\Delta z_A(t) = \Delta v_A(t) = 0$ zur Folge haben, wenn davon ausgegangen werden kann, dass das Fahrzeug zu Beginn der Regelung in Ruhe ist und während der Fahrt eine beliebige Störung $\Delta z_S(t)$ wirkt? 1 P.|

2. Bearbeiten Sie folgende Teilaufgaben:
Hinweis: Alle Teilaufgaben (a,b,c) können unabhängig voneinander gelöst werden.

a) Für den in Abbildung 2 dargestellten Regelkreis sind folgende Aufgaben zu bearbeiten:

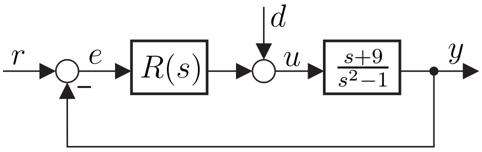

Abbildung 2: Regelkreis.

i. Der Regelkreis wird mit dem P-Regler $R(s) = 2$ betrieben. Beurteilen Sie die BIBO-Stabilität des Regelkreises anhand der Nyquist-Ortskurve des offenen Kreises in Abbildung 3. 2 P.|

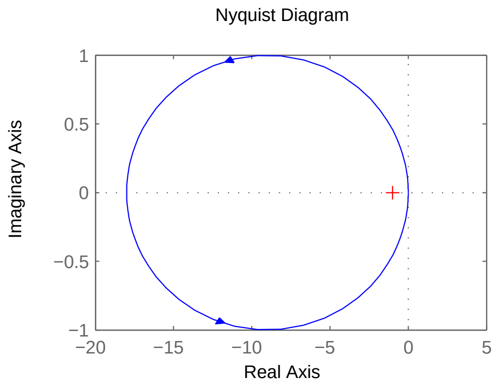

Abbildung 3: Nyquist-Ortskurve des offenen Kreises bei $R(s) = 2$.

ii. Der Regelkreis wird nun mit dem Regler $R(s) = \frac{s-1}{s+1}$ betrieben. Verifizieren Sie, dass die Führungsübertragungsfunktion, deren Zähler und Nenner teilerfremd sind, BIBO-stabil ist. Trotzdem wird dieser Regelkreis in der Praxis nicht funktionieren. Welches Stabilitätskriterium wurde verletzt? Geben Sie eine instabile Übertragungsfunktion des Regelkreises an. 2 P.|

iii. Der Regelkreis wird nun mit dem PI-Regler $R(s) = \frac{V(1+sT)}{s}$ betrieben. Berechnen Sie für die Parameterwerte $V = 1$ und $T = 1$ die Führungssprungantwort des geschlossenen Kreises. 2 P.|

iv. Der Regelkreis wird nun erneut mit dem Regler $R(s) = \frac{V(1+sT)}{s}$ betrieben. Welchen Bedingungen müssen die Parameter V und T genügen, damit die Führungsübertragungsfunktion BIBO-stabil ist? Die Bedingungen müssen nicht weiter vereinfacht werden. 2 P.|

b) Welche Bedingungen muss ein LTI System der Form 1,5 P.|

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du$$

erfüllen, damit man von der BIBO-Stabilität der zugehörigen Übertragungsfunktion $G(s)$ auf die asymptotische Stabilität des Systems schließen kann.

c) Wann nennt man eine Übertragungsfunktion phasenminimal? 1,5 P.|

3. Gegeben ist das dynamische System

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

Hinweis: Mit Ausnahme der Teilaufgaben c) und d) können alle unabhängig voneinander gelöst werden.

a) Überprüfen Sie, ob das System vollständig erreichbar ist, und stellen Sie den erreichbaren Unterraum in der nachfolgenden Grafik dar (z. B. mit Hilfe von Basisvektoren). 1,5 P.|

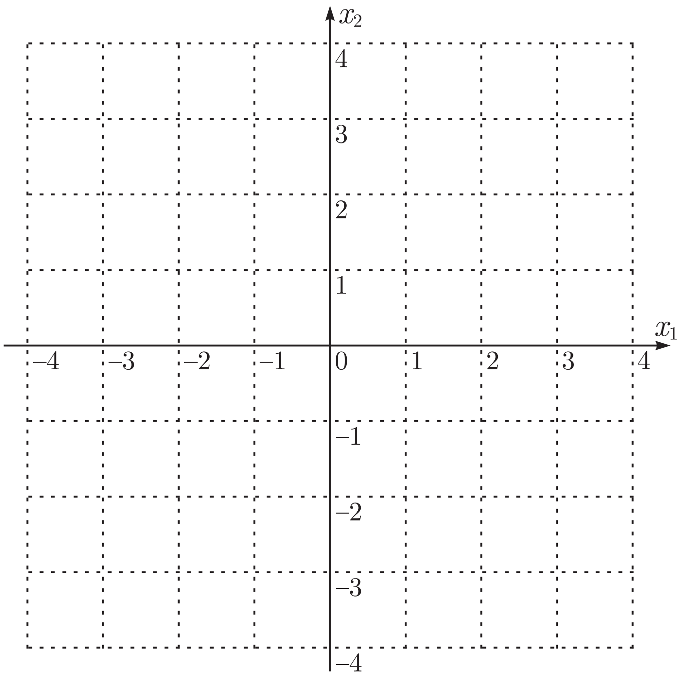

Abbildung 4: Erreichbarer Unterraum.

b) Überprüfen Sie, ob das System vollständig beobachtbar ist, und stellen Sie im Falle der nicht vollständigen Beobachtbarkeit den nicht beobachtbaren Unterraum in der nachfolgenden Grafik dar (z. B. mit Hilfe von Basisvektoren). 2 P.|
Hinweis: Der nicht beobachtbare Unterraum wird durch die zum Eigenwert 0 gehörigen Eigenvektoren der Beobachtbarkeitsmatrix aufgespannt.

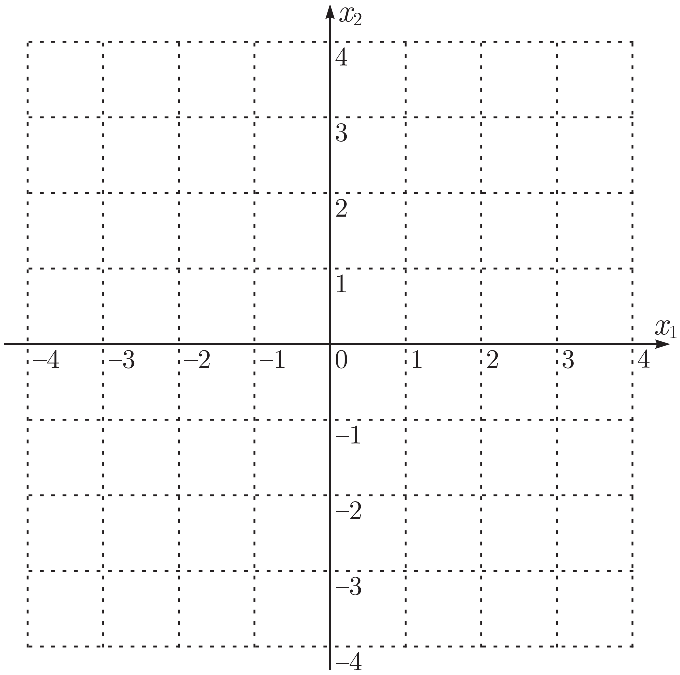

Abbildung 5: Nicht beobachtbarer Unterraum.

c) Zeitkontinuierlicher Regelkreis 2 P.|

- Bestimmen Sie die Streckenübertragungsfunktion $G(s)$. Dabei sollen Zähler- und Nennerpolynom teilerfremd sein.
- Wie in Abbildung 6.a) gezeigt, soll das System mit einem zeitkontinuierlichen P-Regler stabilisiert werden. In welchem Wertebereich muss die Reglerverstärkung P liegen, um die BIBO-Stabilität des geschlossenen Kreises sicherzustellen?

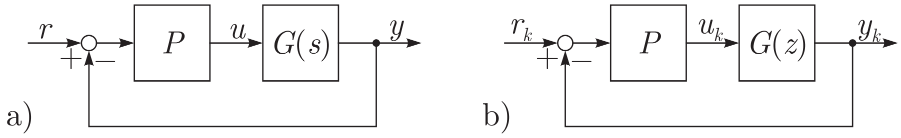

Abbildung 6: Regelkreise, a) zeitkontinuierlich, b) zeitdiskret.

d) Zeitdiskreter Regelkreis 2,5 P.|

- Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(z)$ für eine Abtastzeit $T_a = 1$.
- Wie in Abbildung 6.b) gezeigt, soll das System mit einem zeitdiskreten P-Regler stabilisiert werden. In welchem Wertebereich muss die Reglerverstärkung P liegen, um die BIBO-Stabilität des geschlossenen Kreises sicherzustellen? Warum ist dieser Wertebereich kleiner, gleich oder größer als der in Aufgabe c) für den zeitkontinuierlichen Regler berechnete?

e) Bestimmen Sie das zum gegebenen System (ungeregelte Strecke) gehörige Abtastsystem (Abtastzeit $T_a = 1$) in Zustandsraumdarstellung. 2 P.|

4. Gegeben ist ein autonomes zeitkontinuierliches LTI System der Ordnung 2. Bei einem Anfangszustand

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ergibt sich das Ausgangssignal

$$y(t) = \mathbf{c}^T \mathbf{x}(t) = \cos(t) + 2\sin(t).$$

Hingegen ergibt sich bei einem Anfangszustand

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

das Ausgangssignal

$$y(t) = \mathbf{c}^T \mathbf{x}(t) = \sin(t) - 2\cos(t).$$

a) Bestimmen Sie $\mathbf{c}^T$. 2 P.|

b) Geben Sie das System in Zustandsraumdarstellung an. 8 P.|
Hinweis: Die Aufgabenstellung kann sowohl im Zeit- als auch im Frequenzbereich gelöst werden.