Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur VU Automatisierungstechnik am 10.12.2010

Arbeitszeit: 120 min

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer:

Note:

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$
erreichbare Punkte	10	10	10	10	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,

... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, nicht auf dem Angabeblatt,

... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,

... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an,

... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich und

... kreuzen Sie hier an, an welchem der folgenden Termine Sie **nicht** zur mündlichen Prüfung antreten können:

☐ Do., 16.12.2010 ☐ Fr., 17.12.2010 ☐ Mo., 20.12.2010

Viel Erfolg!

1. Gegeben ist ein Heißluftballon mit konstantem Volumen V und Oberfläche A, an dem eine Gondel der Masse m befestigt ist, siehe Abb. 1. Die Temperatur im Inneren des Ballons kann mit Hilfe eines Brenners mit der Heizleistung P_H erhöht werden. Über die Hülle des Ballons wird eine Verlustleistung P_V, welche proportional zur Oberfläche A, zum Wärmeübergangskoeffizienten α und der Temperaturdifferenz zwischen Innentemperatur T und Außentemperatur T_u ist, abgegeben. Die Temperatur sowie die Dichte der umgebenden Luft sind von der Höhe s des Ballons abhängig

$$\begin{aligned}\rho_u(s) &= \rho_0 \exp\left(-\frac{s}{s_0}\right)\\ T_u(s) &= T_0 - k_2 s,\end{aligned}$$

wobei s_0, T_0 und k_2 konstante Werte bezeichnen. Für die Dichte im Inneren des Ballons gilt die Gleichung

$$\rho(T, s) = \rho_u(s) - k_1(T - T_0),$$

mit der Konstanten k_1. Weiterhin gilt für den Ballon die Energieerhaltung, d.h.

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(c_V V \rho(T, s) T\right) = P_H - P_V,$$

wobei c_V die konstante Wärmekapazität der Luft bezeichnet. Die Temperaturdifferenz zwischen T und T_u bewirkt eine Differenz der Dichten ρ und ρ_u, die zu einer Auftriebskraft der Form

$$F_{auf} = \left(\rho_u(s) - \rho(T, s)\right) V g$$

mit der Gravitationskonstanten g führt. Der Bewegung des Ballons wirkt weiterhin eine geschwindigkeitsproportionale Reibkraft dw, mit der Reibkonstanten d sowie der Geschwindigkeit $w = \dot{s}$, und die Gravitationskraft entgegen.

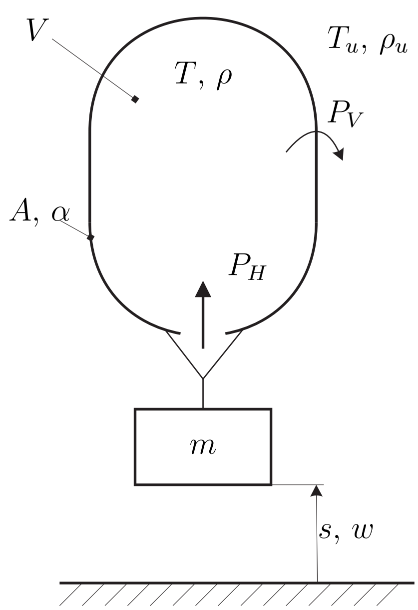

Abbildung 1: Prinzipskizze zur Aufgabe 1.

a) Berechnen Sie das mathematische Modell des Heißluftballons der Form 5 P.|

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u)$$
$$y = g(\mathbf{x}, u).$$

Wählen Sie dazu die Zustandsgrößen $\mathbf{x}^T = [T, s, w]$, die Eingangsgröße $u = P_H$ sowie die Ausgangsgröße $y = s$. Nehmen Sie dazu an, dass die Masse der Luft im Inneren des Ballons im Vergleich zur Masse des Korbs vernachlässigt werden kann.

b) Bestimmen Sie alle Ruhelagen $\mathbf{x}_R$, u_R des Systems und linearisieren Sie das System um eine allgemeine Ruhelage. 5 P.|

2. Gegeben ist die q-Transformierte $G^{\#}(q)$ einer linearen, zeitinvarianten, zeitdiskreten Strecke $G(z)$

$$G^{\#}(q) = \frac{(1+2\,q)\left(1+\frac{q}{5}\right)}{(1+2\cdot 0.75\,q+q^2)\left(1+2\left(2-\sqrt{3}\right)\,q\right)}$$

Die Abtastzeit beträgt $T_a = 0.4$.

a) Entwerfen Sie einen Regler, der die komplex konjugierte Polstelle von $G^{\#}(q)$ exakt kompensiert, nicht sprungfähig ist sowie folgende Anforderungen an den geschlossenen Kreis gewährleistet: 7 P.|

- bleibende Regelabweichung $e_\infty|_{r_k=(1)^k} = 0$
- Anstiegszeit $t_r = 2.4$
- prozentuelles Überschwingen $\ddot{u} = 10\%$.

b) Wann nennt man eine q-Übertragungsfunktion $G^{\#}(q)$ realisierbar? Testen Sie Ihren Regler aus Aufgabenteil a) auf Realisierbarkeit. 2 P.|

c) Geben Sie die inverse Tustin-Transformation an. 1 P.|

3. a) Gegeben ist das lineare, zeitinvariante, zeitdiskrete System nach Abb. 2, wobei u den Eingang des Systems darstellt, d die Störung und y den Ausgang des Systems beschreibt. Die Übertragungsfunktionen sind durch 2,5 P.|

$$G_1(z) = \frac{5}{z-1}, \quad G_2(z) = \frac{\frac{1}{2} - K}{K}, \quad G_3(z) = \frac{K}{z-1}$$

gegeben, mit der Konstanten $K > 0$. Berechnen Sie die Führungsübertragungs-

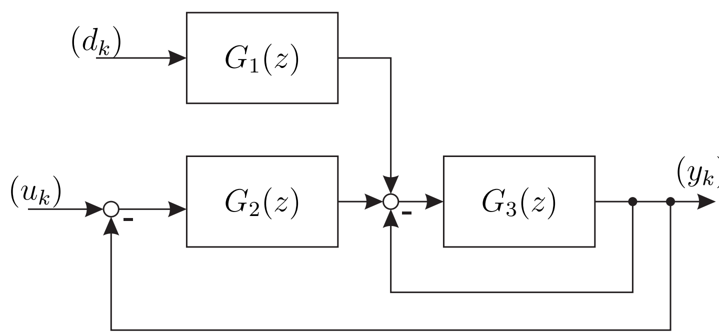

Abbildung 2: System zu Aufgabe 3

funktion $T_{u,y}(z)$ sowie die Störübertragungsfunktion $T_{d,y}(z)$.

b) Beurteilen Sie die Stabilität der Übertragungsfunktionen aus Aufgabe 3a) und machen Sie eine Aussage über die interne Stabilität des gesamten Systems. 1,5 P.|

c) Berechnen Sie die Antwort (y_k) des Systems aus Aufgabe 3a) auf die Störfolge 3 P.|

$$(d_k) = \left(2^{-k} k\right)$$

und die Eingangsfolge $(u_k) = 0$ für $k \to \infty$. Nehmen Sie dazu $T_a = 1$ s an.

d) Gegeben ist ein dynamisches System der Form 3 P.|

$$\cosh(t)\dddot{y}(t) + (1 - \exp(-3t))\,\dot{y}(t) = -3\cos(t)\ddot{y}(t) + u(t) \tag{1}$$

mit dem Ausgang $y(t)$, dem Eingang $u(t)$ sowie der Zeit t. Ist dieses dynamische System (i) linear bzw. (ii) zeitinvariant? Berechnen Sie eine Zustandsdarstellung der Form

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u, t) \tag{2a}$$
$$y = h(\mathbf{x}, u, t) \tag{2b}$$

bzw. wenn möglich

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(t)\mathbf{x} + \mathbf{b}(t)u(t) \tag{3a}$$
$$y = \mathbf{c}^T(t)\mathbf{x} \tag{3b}$$

mit einem geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$.

4. a) Für den Regelkreis aus Abb. 3 ist die Übertragungsfunktion des offenen Kreises 3 P.|

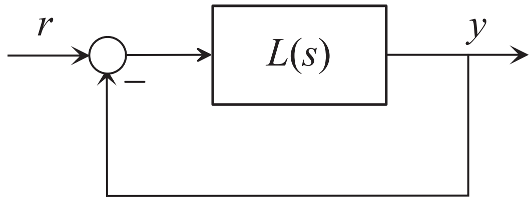

Abbildung 3: System zu Aufgabe 4

$$L(s) = \frac{5\,(2\,s + K)}{s\,(s^2 + 4\,s + 3)}$$

gegeben. In Abb. 4 ist die Ortskurve von $L(s)$ für $K = 1$ dargestellt. Markieren Sie die Punkte für $\omega = \pm 0$ und $\omega = \pm\infty$ und zeichnen Sie den Durchlaufsinn der Ortskurve ein. Beurteilen Sie anschließend die Stabilität des geschlossenen Kreises im Fall $K = 1$ mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums.

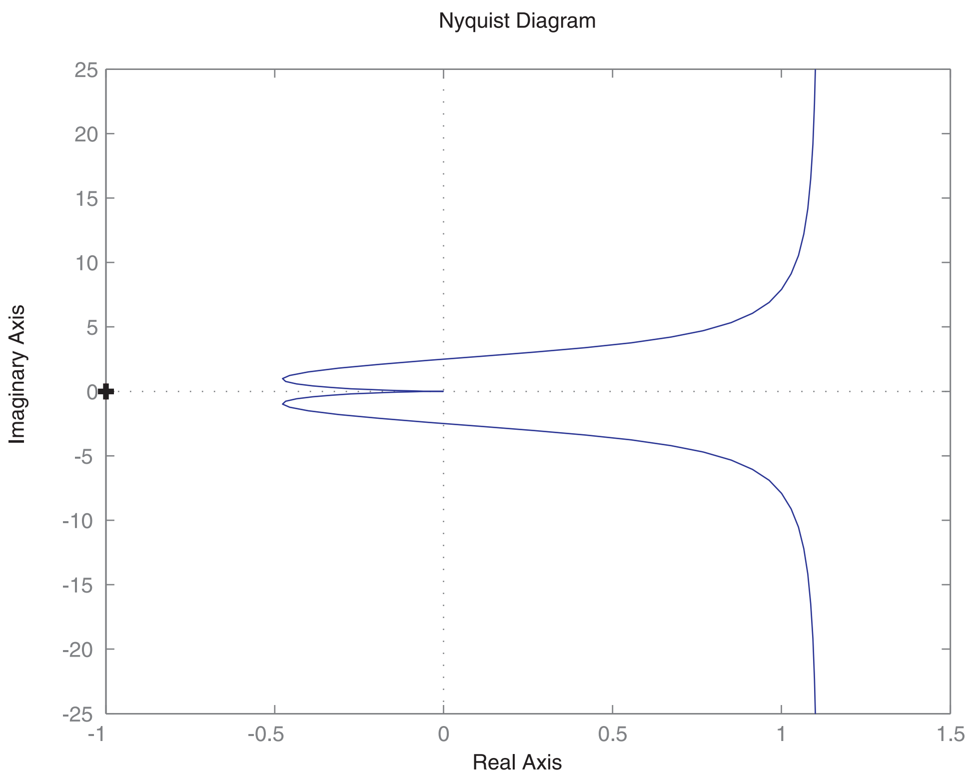

Abbildung 4: Ortskurve zu $L(s)$ mit $K = 1$ aus Aufgabe 4

b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Verfahrens nach Routh-Hurwitz den Wertebereich von K aus Aufgabenteil a) so, dass der geschlossene Kreis stabil ist. 3 P.|

c) Gegeben ist das lineare, zeitdiskrete System der Form 4 P.|

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_k.$$

Bestimmen Sie für dieses System einen Zustandsregler der Form $u_k = \mathbf{k}^T \mathbf{x}_k$, sodass der Zustand für $k = 2$ durch $\mathbf{x}_2 = [1, 1]^T$ gegeben ist, wobei die Anfangsbedingung für $k = 0$ durch $\mathbf{x}_0 = [3, 3]^T$ gegeben ist.