Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierungstechnik
am 04.02.2011

Arbeitszeit: 120 min

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$
erreichbare Punkte	10	10	10	10	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,

... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,

... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,

... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an,

... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich und

... kreuzen Sie hier an, an welchem der folgenden Termine Sie **nicht** zur mündlichen Prüfung antreten können:

☐ Do., 10.02.2011 ☐ Fr., 11.02.2011 ☐ Mo., 14.02.2011

Viel Erfolg!

1. Im Folgenden wird der sogenannte statische Tauchvorgang eines U-Bootes betrachtet. Für das Sinken oder Steigen des U-Boots in eine Tiefe h, kann Meerwasser in eine dafür vorgesehene Kammer eines Kolbenspeichers mit dem Volumen V_w verbracht oder ausgeblasen werden. Das Volumen V_w kann verändert werden, indem in die zweite Kammer mit dem Volumen V_L ein Volumenstrom eingebracht wird und damit der trennende Kolben mit der Masse m_p verschoben wird. Mit s und $w = \dot{s}$ wird die Ortskoordinate bzw. zugehörige Geschwindigkeit des Kolbens bezeichnet. Der Kolbenspeicher besitzt ferner die Länge l und den Querschnitt A.

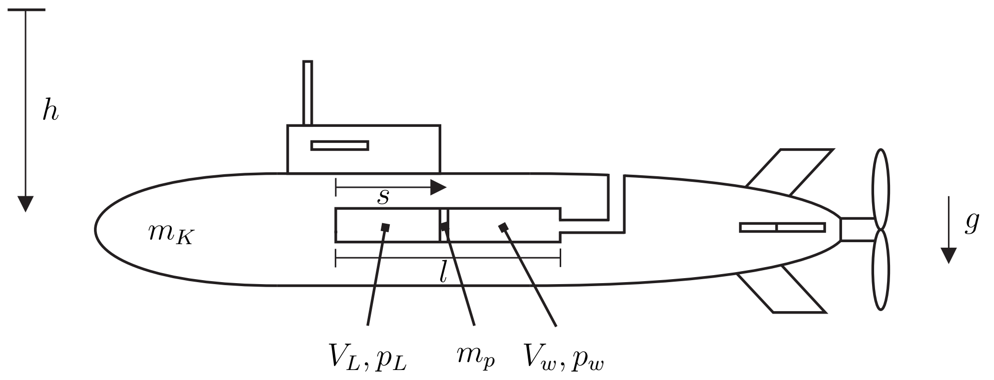

Abbildung 1: Prinzipskizze zur Aufgabe 1.

a) Geben Sie das positionsabhängige Volumen $V_L = V_L(s)$ an und stellen Sie den Impulsatz für den Kolben auf. Berücksichtigen Sie hierzu die Druckkraft $F_p = (p_L - p_w)A$ mit dem von der Tauchtiefe abhängigen Wasserdruck $p_w = a_0 h + a_1$ mit den positiven Konstanten $a_i \in \{1, 2\}$ und eine geschwindigkeitsproportionale Dämpfung mit der Dämpferkonstanten d. 2 P.|

b) Stellen Sie ebenso den Impulssatz für das U-Boot in vertikaler Richtung auf. Berücksichtigen Sie dabei die Auftriebskraft $F_A = \rho_w(V_B - V_w(s))g$ mit dem konstanten Bootsvolumen V_B und der konstanten Wasserdichte ρ_w sowie die Gewichtskraft. Vernachlässigen Sie hierzu das Volumen der Verrrohrung und berücksichtigen Sie die Gesamtmasse des U-Boots in der Form $m = \rho_w V_w(s) + m_K$ mit der konstanten Kabinenmasse m_K. 2 P.|

c) Geben Sie das mathematische Modell des U-Boots in der Form 2 P.|

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{x} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, u) \\ y &= g(\mathbf{x}, u) \end{aligned}$$

an. Wählen Sie dazu die Zustandsgrößen $\mathbf{x} = \left[s, w, h, \dot{h}\right]^T$, die Eingangsgröße $u = p_L$ sowie die Ausgangsgröße $y = h$.

d) Bestimmen Sie alle Ruhelagen $\mathbf{x}_R$, u_R des Systems und linearisieren Sie das System um eine allgemeine Ruhelage. 4 P.|

2. Gegeben ist das System

$$\dot{\mathbf{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(1+a^2) & 2 \end{bmatrix}}_{=\mathbf{A}} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u, \qquad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \tag{1a}$$

$$y = [-1, 1]\,\mathbf{x} \tag{1b}$$

mit der Konstanten $a > 0$.

a) Ermitteln Sie die Transformationsmatrix $\mathbf{V}$, die $\mathbf{A}$ in die reelle Jordansche Normalform $\tilde{\mathbf{A}}$ überführt. 2 P.|

b) Geben Sie das System (1) in den neuen Zuständen $\mathbf{z}(t) = \mathbf{V}^{-1}\mathbf{x}(t)$ an und bestimmen Sie die Transitionsmatrix $\tilde{\mathbf{\Phi}}(t)$. 4 P.|

c) Bestimmen Sie den Ausgang $y(t)$ des Systems für $u(t) = \delta(t)$ mit der Deltafunktion $\delta(t)$ und $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$. Ist das System BIBO-stabil? Begründen Sie Ihre Antwort. 2 P.|

Im Weiteren sei $a = 1$.

d) Zeigen Sie, dass das System (1) durch eine Ausgangsrückführung der Form $u = \alpha\dot{y}$ asymptotisch stabilisierbar ist. Bestimmen Sie hierzu explizit den Wertebereich von α so, dass die Dynamikmatrix des geschlossenen Regelkreises ausschließlich Eigenwerte mit strikt negativem Realteil aufweist. 2 P.|

3. Gegeben ist die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

a) Zeichnen Sie das Bodediagramm der Übertragungsfunktion $G(s)$. Verwenden Sie dazu die Vorlage nach Abb. 3. 2 P.|

b) Entwerfen Sie einen PI-Regler, der folgende Anforderungen an den geschlossenen Kreis gewährleistet: 4 P.|

- Anstiegszeit $t_r = \frac{3}{2}\sqrt{3}$
- prozentuelles Überschwingen $\ddot{u} = 15\%$.

c) Berechnen Sie allgemein die Übertragungsfunktion $F(s) = \hat{z}/\hat{w}$ nach Abb. 2. 2 P.|

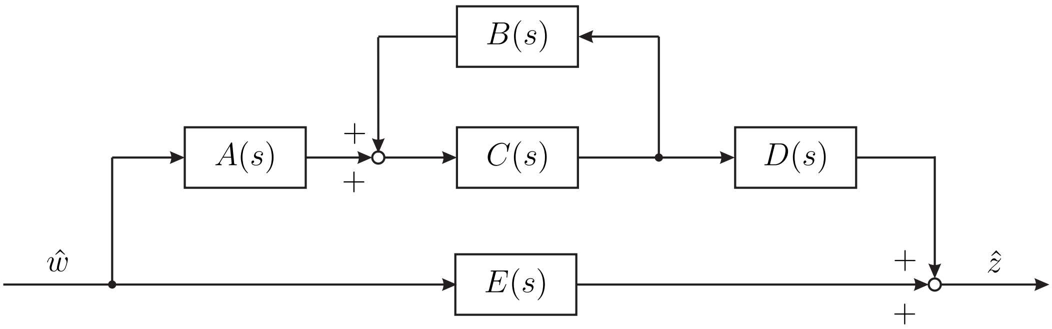

Abbildung 2: Blockschaltbild.

d) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $F(s)$ aus Aufgabenteil c) für 2 P.|

$$A(s) = s, \quad B(s) = -1, \quad C(s) = 1/s, \quad D(s) = 1, \quad E(s) = 0$$

und bestimmen Sie die eingeschwungene Lösung für

$$w(t) = 3\sin(2t).$$

4. Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben:

a) Gegeben ist die folgende Übertragungsfunktion 2 P.|

$$G(s) = \frac{e^{-s}}{s}.$$

Zeichnen Sie das Nyquist-Diagramm von $G(s)$ für $\omega \geq 0$.

b) Bestimmen Sie die z–Transformierte der Folge 2 P.|

$$f_k = 2^k k\Big(e^{(k+1)T_a} - e^{kT_a}\Big).$$

c) Gegeben ist die q-Übertragungsfunktion 4 P.|

$$G^{\#}(q) = \frac{2(q-1)(q^2-2)}{q^3+3q^2+3q+2}, \quad T_a = 1.$$

Schließen Sie anhand von $G^{\#}(q)$ auf

i. den Verstärkungsfaktor V,
ii. die BIBO–Stabilität und
iii. die Sprungfähigkeit

der $G^{\#}(q)$ entsprechenden s-Übertragungsfunktion $G(s)$. Begründen Sie Ihre Antworten.

d) Entwerfen Sie für das System 2 P.|

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} u_k \\ y_k &= \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k \end{aligned}$$

einen Zustandsregler $u_k = \mathbf{k}^T \mathbf{x}_k$ mit Hilfe der Formel von Ackermann so, dass die Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises bei $\lambda_1 = \frac{1}{2}$ und $\lambda_2 = -\frac{1}{2}$ liegen.

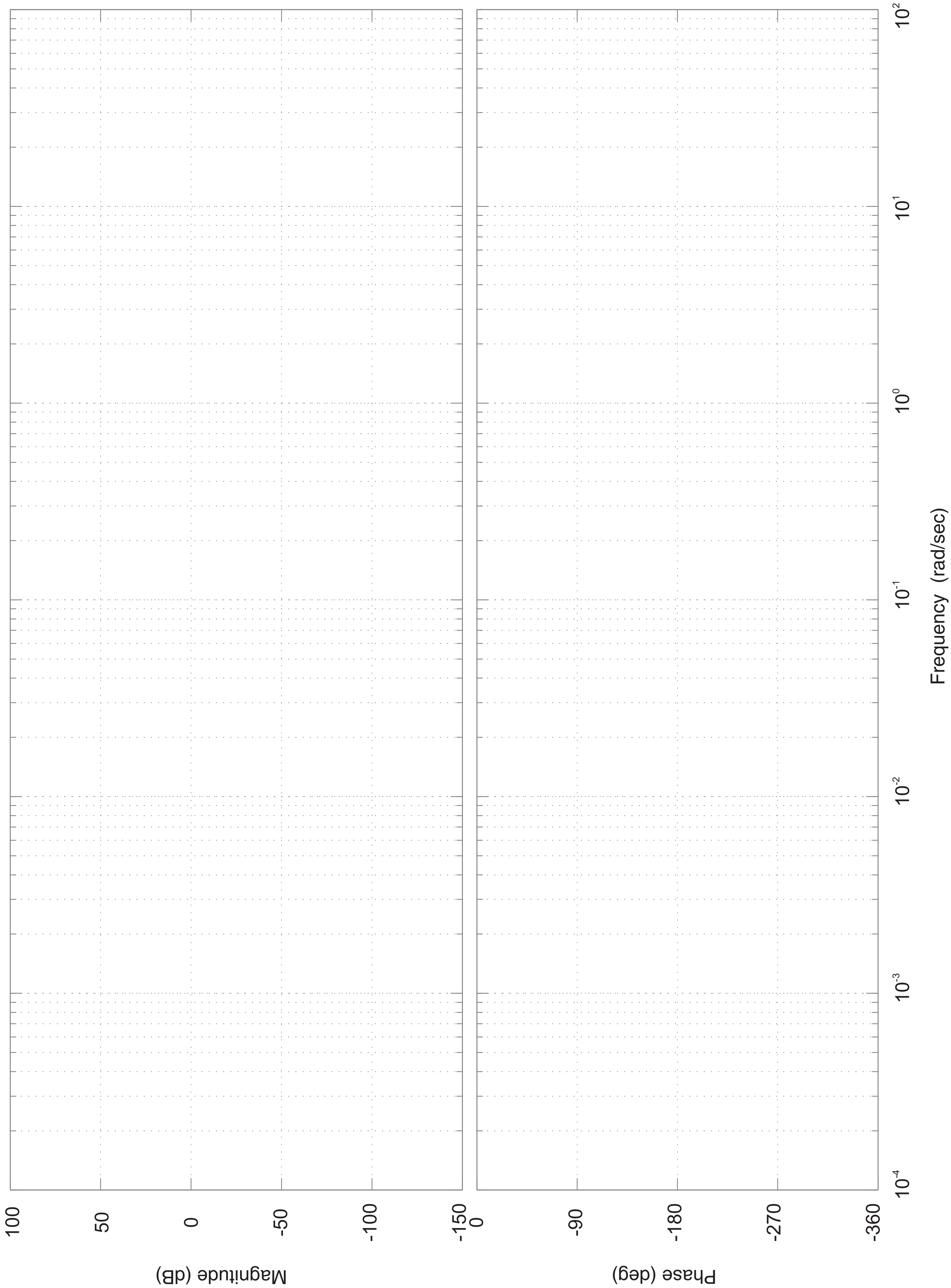

Abbildung 3: Vorlage zur Aufgabe 3a).