Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 29.04.2011

Arbeitszeit: 120 min

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$
erreichbare Punkte	10,5	11	9	9,5	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,

... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,

... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,

... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an,

... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich und

... kreuzen Sie hier an, an welchem der folgenden Termine Sie **nicht** zur mündlichen Prüfung antreten können:

☐ Fr., 06.05.2011 ☐ Mo., 09.05.2011 ☐ Di., 10.05.2011 ☐ Do., 12.05.2011

Viel Erfolg!

1. In einem homogenen, konstanten Magnetfeld mit der magnetischen Flussdichte $\mathbf{B}$ befindet sich eine Rahmenspule mit N Windungen, siehe Abbildung 1. Diese ist um die feste Achse senkrecht zu dem Magnetfeld drehbar gelagert und mit dem Inertialsystem über eine lineare Drehfeder, die bei $\alpha = 0°$ entspannt ist und die Federkonstante c aufweist, sowie einen linearen, geschwindigkeitsproportionalen Dämpfer mit der Dämpfungskonstanten d verbunden. Die Spule besitzt die Induktivität L, den Ohmschen Widerstand R und ein nicht zu vernachlässigendes Massenträgheitsmoment J bezüglich der Drehachse. Wird an den Anschlüssen der Spule die Spannung u_L angelegt, stellt sich der Strom i ein, der das Moment M_{el} auf die Spule zur Folge hat.

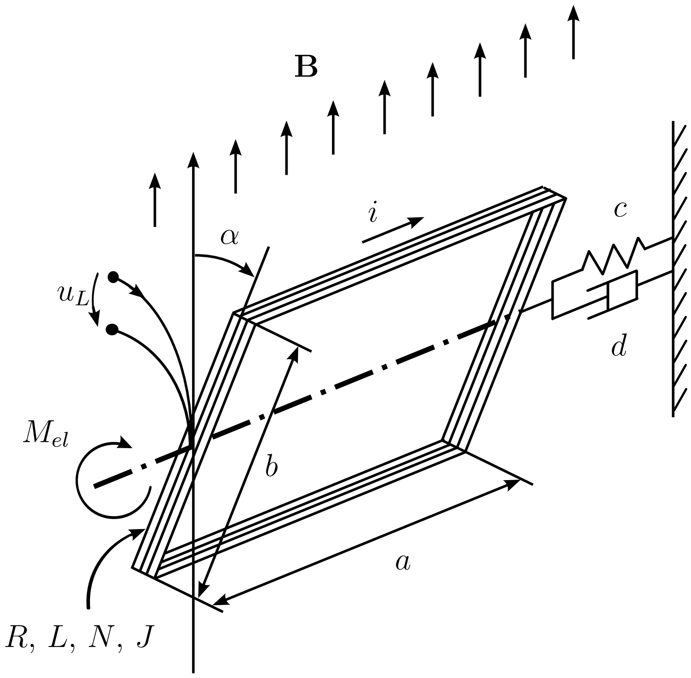

Abbildung 1: Rahmenspule im Magnetfeld.

a) Stellen Sie die Gleichung für die Stromdynamik auf. Verwenden Sie dazu den verketten Fluss $\Phi = BA + Li$ mit der durchfluteten Fläche A und das Induktionsgesetz $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Phi = -Ri + u_L$. 2 P.|

b) Bestimmen Sie das Moment M_{el} zufolge des Stroms i. Sie können die Lorentzkraft $\mathbf{F} = li\mathbf{e}_i \times \mathbf{B}$ für einen Linienleiter der Länge l zu Hilfe nehmen. 2,5 P.|

c) Geben Sie die Modellgleichungen des nichtlinearen Systems in der Form 3 P.|

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u)$$
$$y = g(\mathbf{x}, u)$$

an. Wählen Sie den Zustand $\mathbf{x} = [\alpha, \omega, i]^T$ mit $\dot{\alpha} = \omega$, den Eingang $u = u_L$ und den Ausgang $y = \alpha$.

d) Linearisieren Sie das System um eine allgemeine Ruhelage $(\mathbf{x}_R, u_R)$ und geben Sie es in der Form 3 P.|

$$\Delta\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u$$
$$\Delta y = \mathbf{c}^T\Delta\mathbf{x}$$

an.

2. Bearbeiten Sie die nachfolgenden voneinander unabhängigen Aufgabenstellungen:

a) Gegeben ist das System

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 4 \\ 0 & -4 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \tag{1}$$
$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{c}^T} \mathbf{x}.$$

i. Geben Sie den Zeitverlauf von $\mathbf{x}(t)$ für einen beliebigen Anfangswert $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$ und den Eingang $u = 0$ an. 1 P.|

ii. Weisen Sie nach, ob das System (1) asymptotisch stabil ist. 1 P.|

iii. Zeigen Sie, dass das System (1) nicht beobachtbar ist. Vertauschen Sie 2 Einträge von $\mathbf{c}$ so, dass die Beobachtbarkeit gegeben ist. 2 P.|

b) Diskretisieren Sie das kontinuierliche System

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \tag{2}$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

mit der Abtastzeit $T_a = 1s$.

i. Geben Sie das Abtastsystem in Form eines Differenzengleichungssystems an. 2 P.|

ii. Bestimmen Sie die zugehörige z-Übertragungsfunktion. 1,5 P.|

c) Es liegt das erreichbare Abtastsystem

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} -0.5 & 1 \\ -0.85 & -0.9 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_k \tag{3}$$
$$y_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k$$

vor.

i. Prüfen Sie das System (3) auf asymptotische Stabilität. 1 P.|

ii. Entwerfen Sie einen Zustandsregler so, dass die Eigenwerte des geschlossenen Kreises bei $[-0.6, -0.4]$ liegen. Geben Sie den Rückführvektor $\mathbf{k} = [k_1, k_2]^T$ an. 2,5 P.|

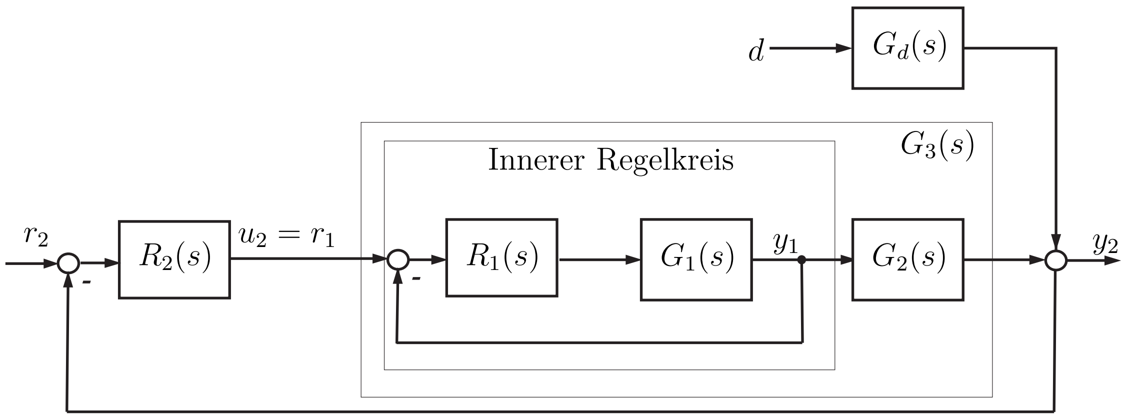

Abbildung 2: Strukturschaltbild des kaskadierten Regelkreises.

3. Gegeben ist ein kaskadierter Regelkreis wie in Abbildung 2 dargestellt. Folgende Streckenübertragungsfunktionen sind gegeben:

$$G_1(s) = \frac{2}{\sqrt{3}s}, \quad G_2(s) = \frac{10(1 + \frac{2-\sqrt{3}}{2}s)}{1 + \frac{1}{2}s}.$$

Die Störübertragungsfunktion lautet

$$G_d(s) = \frac{1}{5}\frac{1}{(1 + \frac{\sqrt{3}}{20}s)(1 + \frac{\sqrt{3}}{30}s)}.$$

Für den inneren Regelkreis wird ein P-Regler mit:

$$R_1(s) = 3$$

verwendet.

a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $T_{r_1,y_1}(s)$ des inneren Regelkreises. 1 P.|

b) Skizzieren Sie das Bodediagramm der Übertragungsfunktion 3 P.|

$$G_3(s) = T_{r_1,y_1}(s)G_2(s).$$

Verwenden Sie dazu die beiliegende Vorlage und zeichnen Sie im Betragsgang die Asymptoten ein.

Hinweis: Benutzen Sie zum Zeichnen die Näherung $\sqrt{3} \approx 7/4$. Achten Sie auf eine qualitativ richtige Darstellung der wesentlichen Einzelheiten. Die genauen Zahlenwerte spielen nur eine untergeordnete Rolle.

c) Entwerfen Sie für den äußeren Regelkreis einen Regler $R_2(s)$, sodass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises die nachfolgenden Spezifikationen erfüllt: 4 P.|

- Anstiegszeit $t_r = 0.75\,\mathrm{s}$,
- prozentuales Überschwingen ü= 10% und
- $e_\infty|_{r2(t)=\sigma(t)} = 0$.

d) Es wird angenommen, dass die Störung $d(t)$ messbar ist. Entwerfen Sie eine exakte Störgrößenkompensation, indem sie am Ausgang des Reglers $R_2(s)$ die Größe $R_d(s)\hat{d}(s)$ subtrahieren. Legen Sie die Übertragungsfunktion $R_d(s)$ so aus, dass der Einfluss der Störung $d(t)$ am Ausgang $y(t)$ exakt kompensiert wird. 1 P.|

4. Bearbeiten Sie die nachfolgenden voneinander unabhängigen Aufgabenstellungen.

   a) Abbildung 3 zeigt die Impulsantwortfolge (g_k) eines linearen zeitinvarianten Abtastsystems.

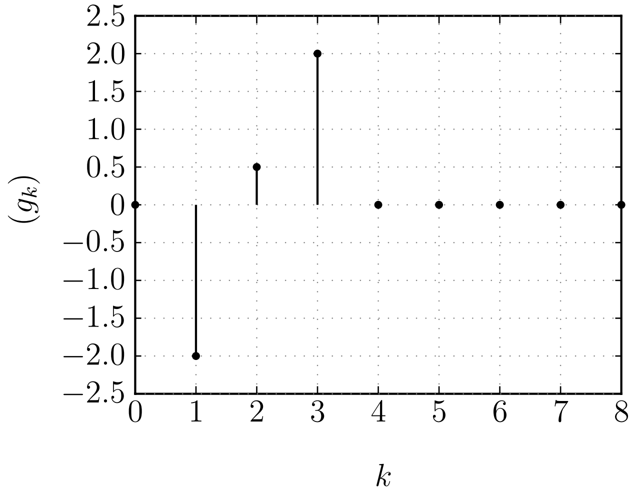

Abbildung 3: Impulsantwortfolge (g_k) eines linearen zeitinvarianten Abtastsystems.

   i. Bestimmen Sie aus den gegebenen Übertragungsfunktionen $G_i(z)$, $i = 1, \dots, 4$, die zu der Impulsantwortfolge gemäß Abbildung 3 passende. Achten Sie auf eine ausreichende Begründung Ihrer Antworten. 2 P.|

$$G_1(z) = \frac{-2z^2 + \frac{1}{2}z + 2}{z^2} \qquad G_2(z) = \frac{-2z^2 + \frac{1}{2}z + 2}{z^3}$$

$$G_3(z) = \frac{-2z^3 + \frac{1}{2}z^2 + 2z - 2}{z^3} \qquad G_4(z) = \frac{2z^2 + \frac{1}{2}z - 2}{(z-1)^3}$$

   ii. Geben Sie den Grenzwert $\lim_{k\to\infty}(y_k)$ der Ausgangsfolge des Systems auf Anregung mit einem Einheitssprung $(u_k) = (1, 1, 1, 1, \dots)$ an, falls dieser existiert. 1 P.|

   iii. Bestimmen Sie die Markov-Parameter des Systems. Welche Aussagen können Sie über das gegebene System anhand der zugehörigen Hankelmatrix treffen? 1,5 P.|

   b) Gegeben ist der digitale Regelkreis gemäß Abbildung 4.

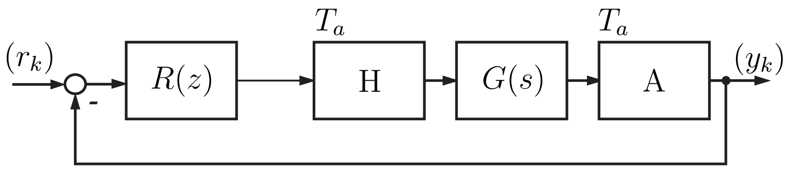

Abbildung 4: Blockschaltbild eines digitalen Regelkreises.

Bekannt sind die kontinuierliche Strecke

$$G(s) = \frac{4}{s} \tag{4}$$

und der digitale Regler

$$R(z) = \frac{z - 1/2}{z - \gamma}. \tag{5}$$

Die Abtastung erfolgt mit $T_a = 1/4\,\mathrm{s}$.

i. Geben Sie die zeitdiskrete Übertragungsfunktion des Regelkreises im z-Bereich an. 1,5 P.|

ii. Bestimmen Sie mit Hilfe des Jury-Verfahrens den Wertebereich für γ, für den der geschlossene Kreis BIBO-stabil ist. 3,5 P.|

Hinweis: Führen Sie das Jury-Verfahren zunächst mit allgemeinen Polynomkoeffizienten $a_0, \ldots, a_n$ aus. Zur Vereinfachung der Ausdrücke sei an die Beziehung $1 - a^2 = (1 - a)(1 + a)$ erinnert.

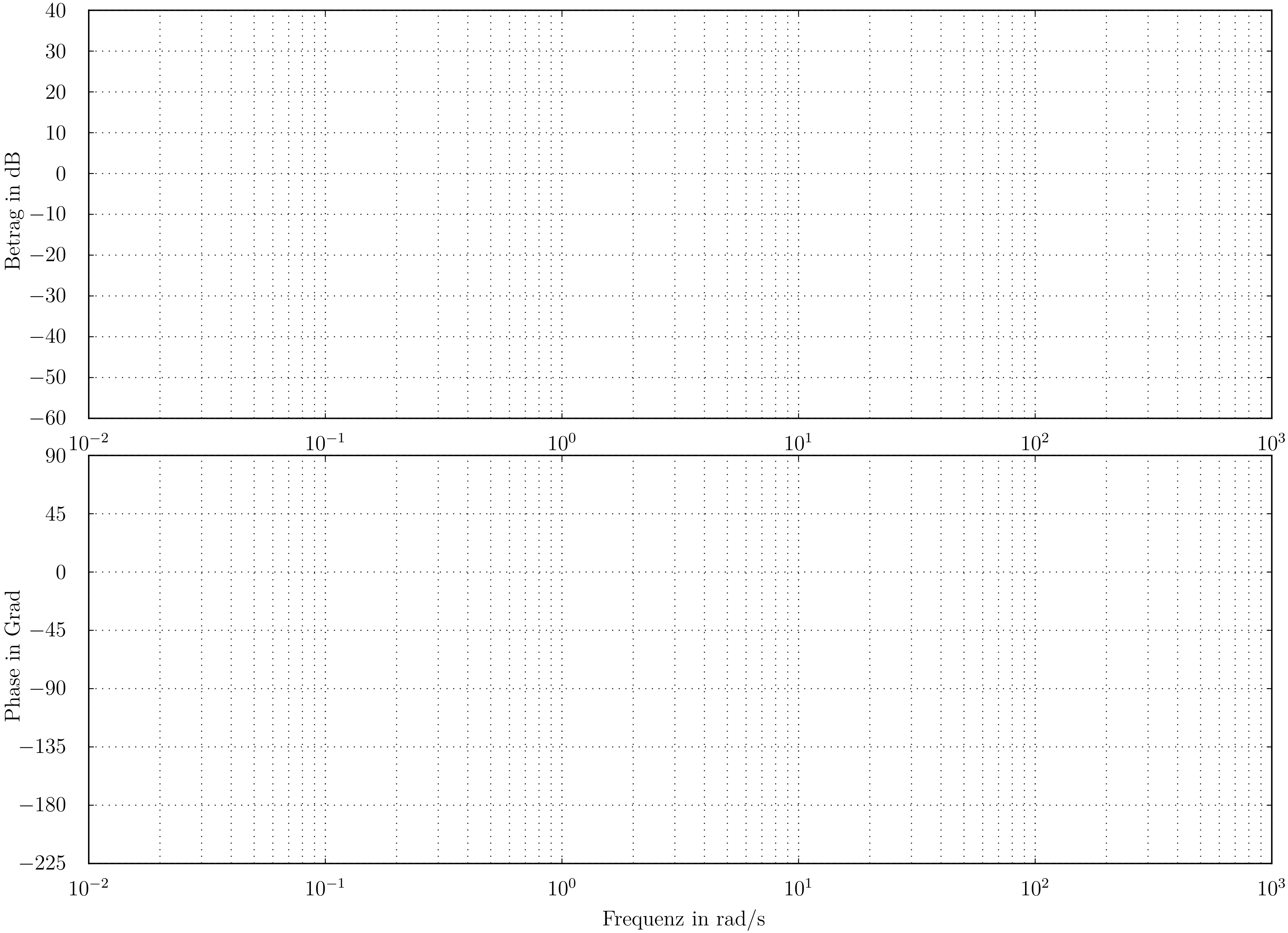

Abbildung 5: Vorlage Bode-Diagramm zu Aufgabe 3