Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 07.12.2011

Arbeitszeit: 120 min

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$
erreichbare Punkte	11	9	13	7	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,

... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,

... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,

... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an,

... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich und

... kreuzen Sie hier an, an welchem der folgenden Termine Sie **nicht** zur mündlichen Prüfung antreten können:

☐ Di., 13.12.2011 ☐ Mi., 14.12.2011 ☐ Fr., 16.12.2011 ☐ Di., 20.12.2011

Viel Erfolg!

1. Abbildung 1 zeigt die Beschaltung eines Operationsverstärkers. Der Operationsverstärker sei ideal (unendliche Verstärkung, keine Input-Bias Ströme, keine Offset Spannungen). Der Eingang des Systems ist die Spannung u_e, der Ausgang die Spannung u_a. Die Beschränkung der Eingangsspannung auf $u_e > -U_0$ gewährleistet den Betrieb der Diode D in Durchlassrichtung. Der Diodenstrom kann hier in guter Näherung durch

$$I_D = I_S \, e^{\frac{U_D}{m U_T}}$$

mit dem Sättigungssperrstrom I_S, der Temperaturspannung U_T und einem Korrekturfaktor m beschrieben werden.

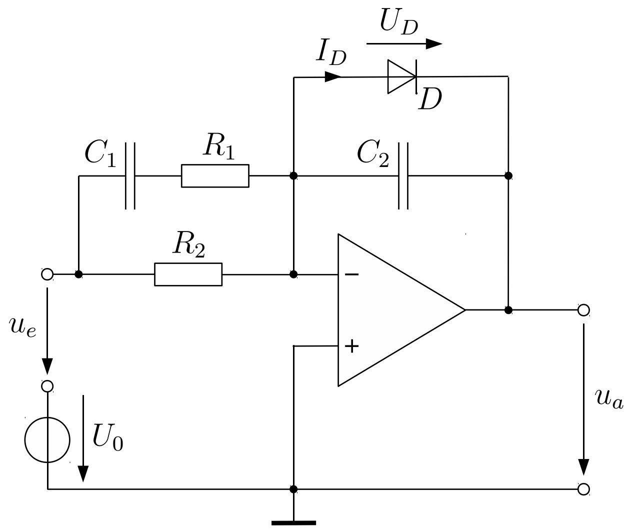

Abbildung 1: Operationsverstärkerschaltung.

a) Wählen Sie für die in Abbildung 1 dargestellte Schaltung geeignete Zustandsgrößen $\mathbf{x}$ und bestimmen Sie das zugehörige mathematische Modell der Form 5 P.|

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, u)\\ y &= g(\mathbf{x}, u).\end{aligned}$$

b) Bestimmen Sie alle Ruhelagen des Systems. Linearisieren Sie das System um eine allgemeine Ruhelage und schreiben Sie es in der Form 4 P.|

$$\begin{aligned}\Delta\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u\\ \Delta y &= \mathbf{c}^T \Delta\mathbf{x}\end{aligned}$$

an.

c) Überprüfen Sie mit Hilfe des PBH-Eigenvektortests, ob das folgende lineare, zeitinvariante System der Form 2 P.|

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} d \\ -c \end{bmatrix} u\\ y &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x}\end{aligned}$$

vollständig beobachtbar ist.

2. Bearbeiten Sie folgende Teilaufgaben und begründen Sie Ihre Aussagen ausführlich.
   Hinweis: Alle Teilaufgaben (a,b,c) können unabhängig voneinander gelöst werden.

   a) Zeigen Sie, dass die Eigenschaft der vollständigen Erreichbarkeit eines linearen zeitinvarianten Systems invariant gegenüber regulären Zustandstransformationen der Form $\mathbf{x} = \mathbf{V}\mathbf{z}$ ist. 2 P.|

   b) Geben Sie für ein Verzögerungsglied 2-ter Ordnung der Form 3 P.|

   $$G(s) = \frac{V}{1 + 2\xi (sT) + (sT)^2}$$

   die Resonanzfrequenz (Betrag der Übertragungsfunktion nimmt Maximum an) in Abhängigkeit der Zeitkonstanten T und des Dämpfungsgrades $0 \leq \xi < 1$ an.

   c) Betrachten Sie die folgenden Übertragungsfunktionen und die Ortskurven aus Abbildung 2. Ordnen Sie den Ortskurven die jeweils passende Übertragungsfunktion zu. Geben Sie kurze Begründungen für Ihre Zuordnungen an. 4 P.|

   1) $G_1(s) = \dfrac{0.002}{\left(s + \frac{1}{10}\right)^2 \left(s + \frac{1}{5}\right)}$ 2) $G_2(s) = \dfrac{s}{1 + s\,10}$

   3) $G_3(s) = \dfrac{0.02}{s\left(s + \frac{1}{10}\right)\left(s + \frac{1}{5}\right)}$ 4) $G_4(s) = \dfrac{0.02}{\left(s + \frac{1}{10}\right)\left(s + \frac{1}{5}\right)}$

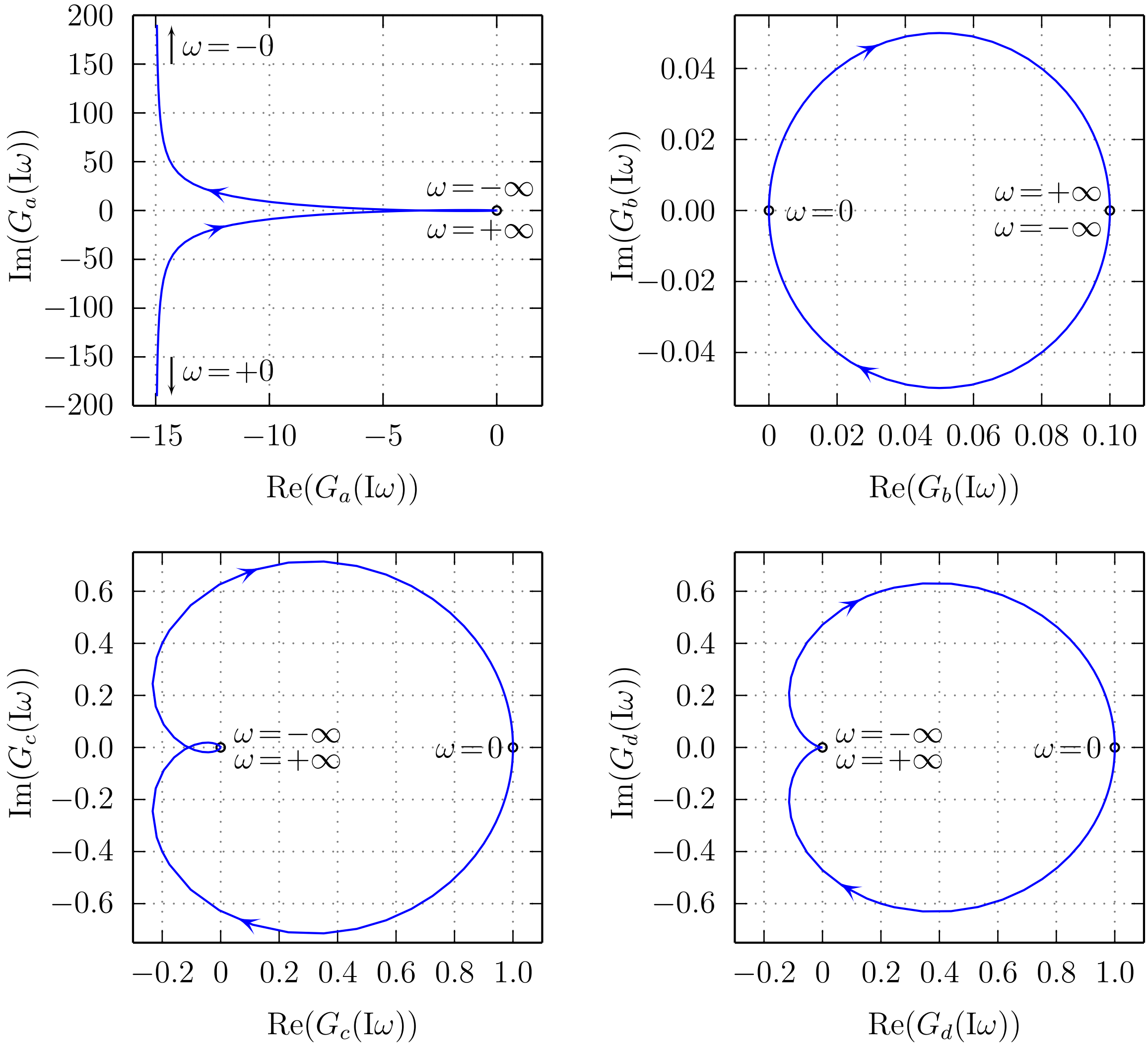

Abbildung 2: Ortskurven zu Aufgabe 2.c).

3. Bearbeiten Sie die nachfolgenden Aufgabenstellungen.

a) Was besagt das Separationsprinzip? 1 P.|

b) Zeigen Sie dessen Gültigkeit. Gehen Sie dabei von einem linearen, zeitinvarianten und zeitdiskreten System der Form 3 P.|

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{\Phi}\mathbf{x}_k + \mathbf{\Gamma}\mathbf{u}_k \\ \mathbf{y}_k &= \mathbf{C}\mathbf{x}_k \end{aligned}$$

aus.

c) Geben Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ sowie eine mögliche Zustandsraumdarstellung für das folgende System an. Nehmen Sie dabei an, dass alle Anfangswerte gleich Null sind. 2 P.|

$$y - 9u = \frac{1}{5}\left\{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(y-2u) + \int \left[(16y - 29u) + \int (38u - 24y)\mathrm{d}t\right] \mathrm{d}t\right\}$$

d) Berechnen Sie die z-Übertragungsfunktion mit einer allgemeinen Abtastzeit T_a. 3 P.|

$$G(s) = \frac{\hat{y}(s)}{\hat{u}(s)} = \frac{2s^2 + 10s + 8}{s^3 + 7s^2 + 10s}$$

e) Überprüfen Sie die folgenden Systeme auf Linearität und Zeitinvarianz. 2 P.|

i. $8\dot{y} + 0.25 \int ty\mathrm{d}t = 3\dot{u}$
ii. $12\ddot{y} - \dot{y}\sin(u) = 0$
iii. $y\frac{1}{\tanh(a)} = u, \qquad a = \text{const.}$
iv. $\dot{x} = ax + u + d, \qquad d = \text{const.}$

f) Geben sie die Gesamtübertragungsfunktion des Systems aus Abbildung 3 an. 2 P.|

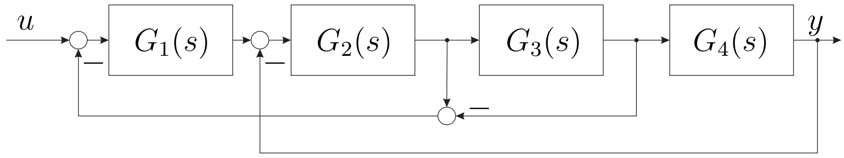

Abbildung 3: Blockschaltbild.

4. Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben.

a) Gegeben ist das System der Form

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\
y &= \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} \\
\mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix} \\
\mathbf{c}^{\mathrm{T}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}.
\end{aligned}$$

i. Berechnen Sie die Jordansche Normalform des Systems. 2 P.|

ii. Berechnen Sie die Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}$. 2 P.|

b) Entwerfen Sie für das System

$$\begin{aligned}
\mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{\Phi}\mathbf{x}_k + \mathbf{\Gamma}u_k \\
y_k &= \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_k \\
\mathbf{\Phi} &= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \\
\mathbf{c}^{\mathrm{T}} &= \begin{bmatrix} 1 & 7 & 5 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

einen Dead-Beat Regler der Form $u_k = \mathbf{k}^T\mathbf{x}_k$. 3 P.|