Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 06.07.2012

Arbeitszeit: 120 min

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$
erreichbare Punkte	11	9	10	10	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,

... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,

... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,

... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an,

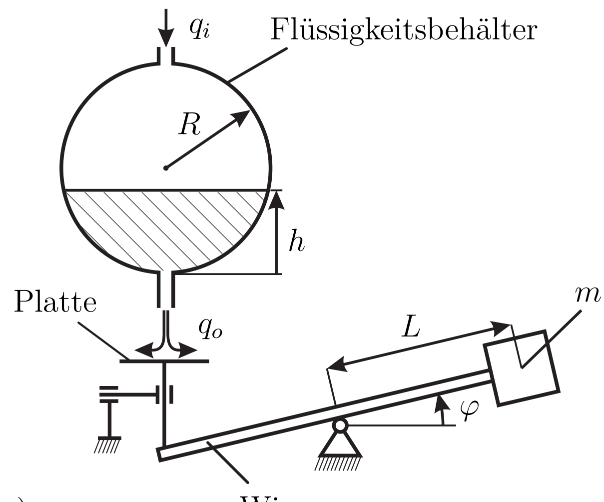
... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich und

... kreuzen Sie hier an, an welchem der folgenden Termine Sie **nicht** zur mündlichen Prüfung antreten können:

☐ Fr., 13.07.2012 ☐ Mo., 16.07.2012

Viel Erfolg!

1. Das in Abbildung 1a) dargestellte System besteht zum einem aus einem kugelförmigen Flüssigkeitsbehälter (Radius R) mit dem Zufluss $q_i(t)$ und zum anderen aus einer drehbar gelagerten Wippe, deren Drehgelenk eine maßgebliche viskose Reibung (Reibungskonstante d_w) aufweist. Für die ausströmende Flüssigkeit gelte $q_o = k\sqrt{h(t)}$. Diese Flüssigkeit trifft auf eine unter dem Ausfluss an der Wippe befestigte Platte. Die Führung der Platte kann als reibungsfrei angenommen werden. Unter der Annahme, dass der Flüssigkeitsstrahl im rechten Winkel abgeleitet wird, ergibt sich die resultierende Kraft $F_q = \rho q_o^2/A_o$ auf die Platte. Hierbei bezeichnet ρ die Dichte der Flüssigkeit und A_o die Fläche des Ausflusses. Durch die Kraft F_q wird die Masse m am anderen Ende der Wippe bewegt (Winkel φ). Die Masse bzw. der Befestigungspunkt der Platte befinden sich dabei im gleichen Abstand L vom Mittelpunkt der Wippe. Weiterhin kann die Masse m bezüglich der Rotation als Punktmasse betrachtet werden. Bei Vernachlässigung der Masse der Wippe ergibt sich für das zugehörige Trägheitsmoment des Systems Wippe-Masse $I = mL^2$.



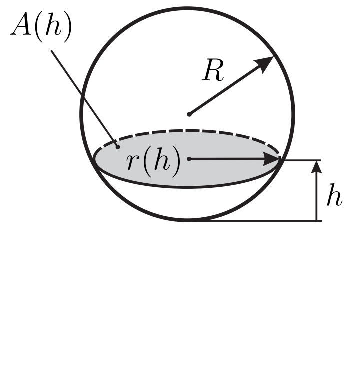


Abbildung 1: a) System, b) Skizze zur Bestimmung des Volumens V_h.

Lösen Sie die nachfolgenden Teilaufgaben:

a) Stellen Sie die Modellgleichungen des beschriebenen und in Abbildung 1a) dargestellten Systems in der Form 6 P.|

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, u) \\ y &= g(\mathbf{x}, u) \end{aligned}$$

mit dem Eingang $u = q_i(t)$ und dem Ausgang $y = \varphi$ dar. Wählen Sie dazu geeignete Zustandsgrößen.

Hinweis: Das von der Flüssigkeit beanspruchte Kugelvolumen V_h berechnet sich nach Abbildung 1b) zu

$$V_h = \int_0^h A(\bar{h}) \mathrm{d}\bar{h}.$$

b) Geben Sie die durch $h = R$ gekennzeichnete Ruhelage des Systems an und bestimmen Sie die Masse m, für die diese Ruhelage möglich ist. 3 P.|

c) Linearisieren Sie das betrachtete System um die im vorigen Punkt bestimmte Ruhelage und stellen Sie es in der Form 2 P.|

$$\begin{aligned}\Delta\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u\\ \Delta y &= \mathbf{c}^T\Delta\mathbf{x} + du\end{aligned}$$

dar.

2. Bearbeiten Sie die nachfolgenden Teilaufgaben.

   a) Gegeben ist die in Abbildung 2 dargestellte Sprungantwort eines linearen zeitinvarianten Abtastsystems.

      i. Wie lautet die zugehörige z-Übertragungsfunktion? Ist dieses System BIBO-stabil? 3 P.|

      ii. Zeichnen Sie die Impulsantwort des Systems. 1 P.|

      iii. Wie lautet die Antwort des Systems auf die Eingangsgröße 2 P.|

$$(u_k) = \left(3\sin\left(k\frac{\pi}{2}\right)\right)$$

      im eingeschwungenen Zustand?

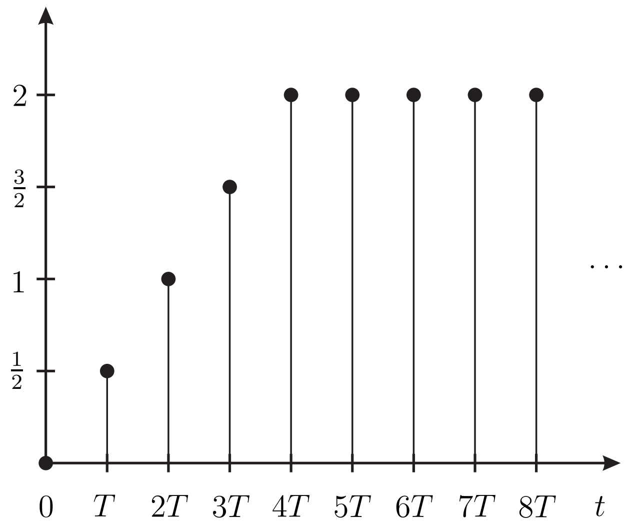
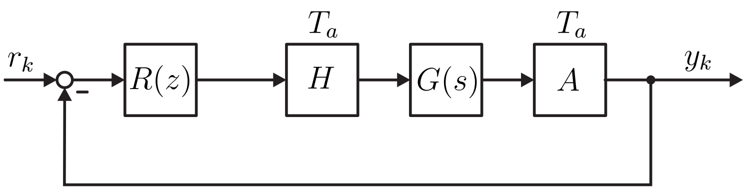


Abbildung 2: Sprungantwort eines linearen zeitinvarianten Systems.

   b) Gegeben ist der folgende Regelkreis



   mit

$$G(s) = \frac{2}{s} \qquad \text{und} \qquad R(z) = P.$$

   Bestimmen Sie den Wertebereich von $P \in \mathbb{R}$ in Abhängigkeit der Abtastzeit $T_a > 0$ so, dass der geschlossene Abtastregelkreis BIBO-stabil ist. 3 P.|

3. Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben, wobei die Aufgabenteile a) und b) unabhängig voneinander bearbeitet werden können.

   a) Gegeben ist das vollständig erreichbare und beobachtbare Abtastsystem

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & -1/10 \\ 1 & -2/10 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_k, \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \tag{1a}$$

$$y_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k. \tag{1b}$$

      i. Entwerfen Sie für das System (1) einen stabilisierenden Zustandsregler $u_k = \mathbf{k}^T \mathbf{x}_k$, der die Pole des geregelten Systems auf $[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}]$ festlegt. 4 P.|

      ii. Das System wird um einen vollständigen Zustandsbeobachter erweitert. Die Pole des Gesamtsystems werden dadurch auf $[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{50}, \frac{1}{100}]$ festgelegt. Geben Sie auf Basis dieser Information die Dynamikmatrix des Beobachterfehlers $\hat{\mathbf{e}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k - \mathbf{x}_k$ an. Begründen Sie ausführlich, warum dazu die Beobachterverstärkung nicht explizit berechnet werden muss. 2 P.|

   b) Abbildung 3 zeigt einen einfachen Regelkreis mit Ausgangsstörung.

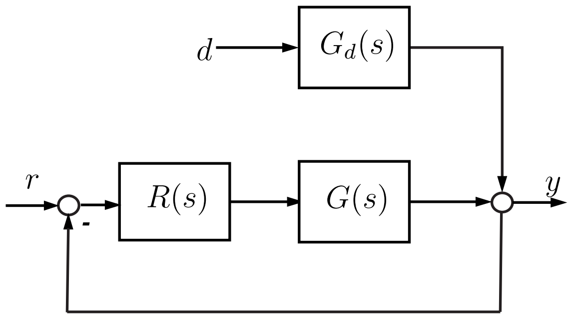


Abbildung 3: Strukturschaltbild des Regelkreises.

Die Strecken- und Störübertragungsfunktionen lauten

$$G(s) = \frac{10(1 + \frac{2-\sqrt{3}}{2}s)}{1 + \frac{1}{2}s} \quad \text{bzw.} \quad G_d(s) = \frac{1}{8}\frac{1}{(1 + \frac{3}{20}s)}.$$

Legen Sie den Regler $R(s)$ so aus, dass die Sprungantwort $h(t)$ des geschlossenen Regelkreises für $r(t) = \sigma(t)$ die nachfolgenden Spezifikationen erfüllt, 4 P.|

- Anstiegszeit $t_r = 0.75\,\mathrm{s}$,
- prozentuales Überschwingen ü= 40%,

und die Regelabweichung bei Vorgabe einer Rampe $r(t) = t$ verschwindet, $e_\infty|_{r(t)=t} = 0$. Welche Reglerstruktur wird benötigt?

4. Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben, wobei die Aufgabenteile a) und b) unabhängig voneinander bearbeitet werden können.

   a) Gegeben sind die vier Übertragungsfunktionen

$$1)\ G_1(s) = \frac{s-2}{(s-4)(s+0.5)} \qquad 2)\ G_2(s) = \frac{s(s-2)}{(s-4)(s+5)}$$

$$3)\ G_3(s) = \frac{2(s-2)}{(s-4)(s+0.5)} \qquad 4)\ G_4(s) = \frac{s+2}{(s-4)(s+0.5)}e^{-0.4s}.$$

      i. In Abbildung 4 sind die Nyquist-Ortskurven von zwei der vier gegebenen Übertragungsfunktionen dargestellt. Bestimmen Sie, welche der Übertragungsfunktionen $G_i(s), i = 1, \dots, 4$ den dargestellten entsprechen. Markieren Sie in den Diagrammen die Frequenzen $\omega \to \pm\infty$ und $\omega = 0$. Geben Sie kurze Begründungen für Ihre Zuordnungen an. 4 P.|

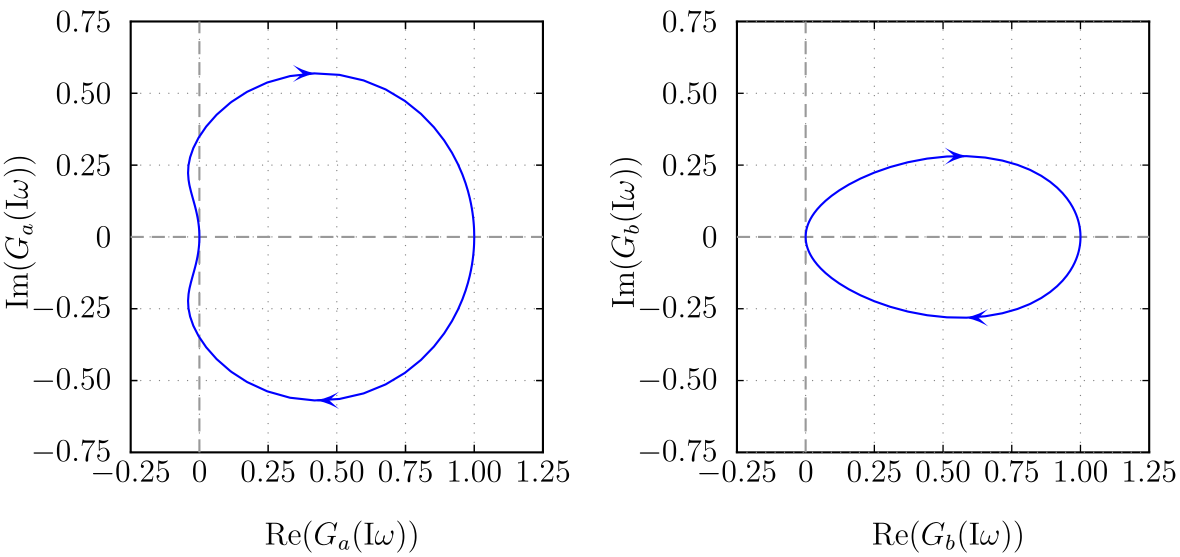


Abbildung 4: Ortskurven zu Aufgabe 4. a).

      ii. Welche der Übertragungsfunktionen $G_i(s), i = 1, \dots, 4$ besitzen den gleichen Betragsgang? Begründen Sie Ihre Antwort! 1 P.|

   b) In Abbildung 5 ist das Bode-Diagramm des *offenen* Kreises $L(s) = R(s)G(s)$ eines Regelkreises dargestellt. Der verwendete Regler ist ein realisierbarer PD-Regler der Form

$$R(s) = V_P + \frac{V_D s}{1 + sT_R}$$

   mit den Parametern $V_P = 10^{-1}$, $V_D = 1.9 \times 10^{-3}$ und $T_R = 1 \times 10^{-3}$ s.

      i. Zeichnen Sie approximativ das Bode-Diagramm der Übertragungsfunktion $R(s)$ des Reglers in das Diagramm des offenen Kreises in Abbildung 5. 2 P.|

      ii. Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ der Strecke *näherungsweise*, d.h. die Zahlenwerte müssen nicht exakt angegeben werden. 2 P.|

      iii. Bestimmen Sie die bleibende Regelabweichung des geschlossenen Kreises bei Aufschaltung eines Sprunges, $e_\infty|_{r(t)=\sigma(t)}$. 1 P.|

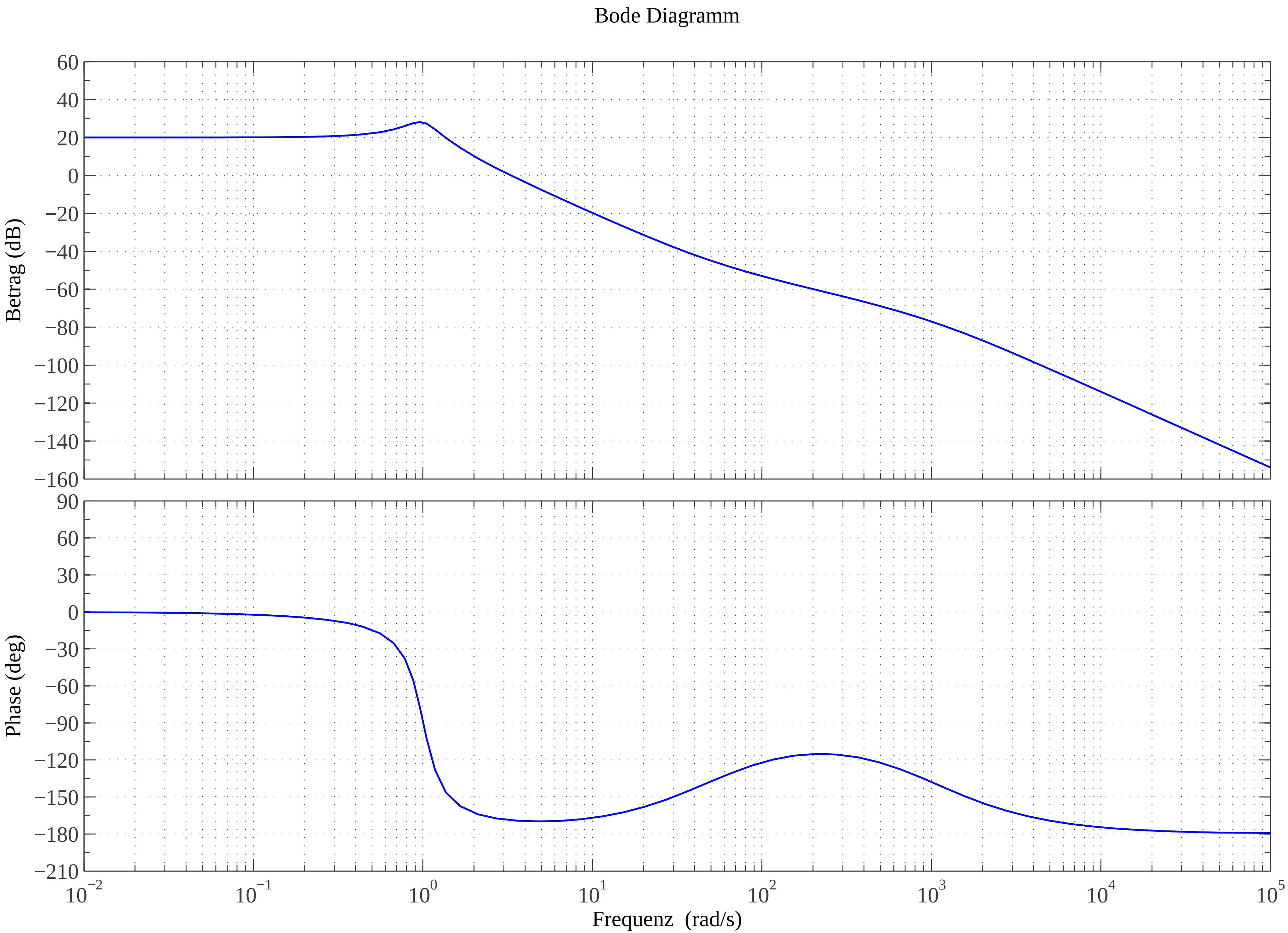


Abbildung 5: Bode-Diagramm zu Aufgabe 4. b).