Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 08.02.2013

Arbeitszeit: 120 min

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$
erreichbare Punkte	10	10	11	9	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,

... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,

... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,

... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an,

... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich und

... kreuzen Sie hier an, an welchem der folgenden Termine Sie **nicht** zur mündlichen Prüfung antreten können:

☐ Mo., 18.2.2013 ☐ Di., 19.2.2013

Viel Erfolg!

1. Im Folgenden wird die Mikropumpe aus Abbildung 1 betrachtet. Die Mikropumpe besteht aus zwei Kondensator-Platten mit dem Abstand s und der Fläche A. Zwischen den beiden Kondensatorplatten befindet sich eine Druckkammer mit dem Volumen $V(s) = As$ und dem Druck p. An der oberen Platte, mit der Masse m und der Ladung Q, ist eine Feder mit der Federkonstante k und ein linearer, geschwindigkeitsproportionaler Dämpfer mit der Dämpfungskonstante d befestigt. Die Feder ist bei der Position $s = s_0$ entspannt. Durch Anlegen einer Spannung U_0 kann der Plattenabstand s variiert werden. Die Spannungsquelle U_0 besitzt den Innenwiderstand R. Die Erdbeschleunigung g ist zu berücksichtigen.

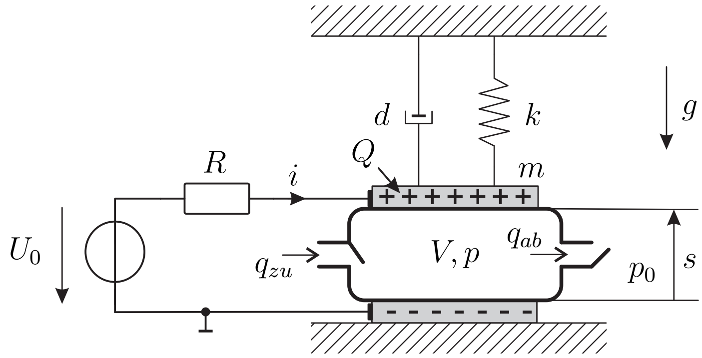

Abbildung 1: Prinzipskizze der Mikropumpe.

Der Druck p in der Druckkammer ist über die Differentialgleichung

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}p = \frac{\beta}{V(s)}\left(-A\dot{s} + q_{zu} - q_{ab}\right) \tag{1}$$

mit dem zu- und abfließenden Volumenströmen

$$q_{zu} = \begin{cases} \chi(p_0 - p), & p < p_0 \\ 0, & p \geq p_0 \end{cases} \quad \text{und} \quad q_{ab} = \begin{cases} 0, & p \leq p_0 \\ \chi(p - p_0), & p > p_0 \end{cases}, \tag{2}$$

dem Außendruck p_0, dem Kompressionsmodul β und der Konstanten K beschrieben. Dabei ist die Funktion χ stetig differenzierbar und an der Stelle $\chi(0) = 0$.
Die obere Platte wird mit der elektrostatischen Kraft

$$F_{el} = \frac{1}{2}\frac{\partial C(s)}{\partial s}u_C^2 \qquad \text{mit} \qquad C(s) = \frac{C_0}{s} \tag{3}$$

von der unteren Platte angezogen. Dabei entspricht u_c der Spannung am Kondensator und C_0 dem Kapazitätskoeffizienten.

Lösen Sie die nachfolgenden Teilaufgaben:

a) Stellen Sie die Modellgleichungen des beschriebenen Systems in der Form 5 P.|

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, u)\\ y &= g(\mathbf{x}, u)\end{aligned}$$

mit dem Eingang $u = U_0$ und dem Ausgang $y = q_{ab}$ dar. Wählen Sie dazu die Zustandsgrößen in der Form $\mathbf{x} = [s, \dot{s}, Q, p]^T$.

b) Berechnen Sie die Ruhelage des Systems $\mathbf{x}_R$ und die dazugehörige Eingangsgröße u_R für $p = p_0$ und $s = \frac{s_0}{2}$. 3 P.|
Hinweis: Beachten Sie den Arbeitsbereich bei den zu- und abfließenden Volumenströmen.

c) Linearisieren Sie das mathematische Modell um die im vorigen Punkt berechnete Ruhelage und stellen Sie das linearisierte System in der Form 2 P.|

$$
\begin{aligned}
\Delta\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u \\
\Delta y &= \mathbf{c}^T\Delta\mathbf{x} + du
\end{aligned}
$$

dar.

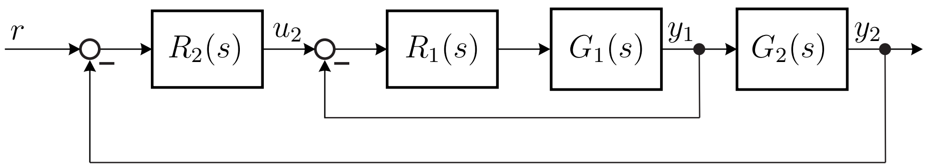

Abbildung 2: Strukturschaltbild des Regelkreises.

2. Gegeben ist der in Abbildung 2 dargestellte Regelkreis mit

$$G_1(s) = \frac{10}{s-2} \tag{4}$$

$$G_2(s) = \frac{60(s + 2/\sqrt{3})}{(s+2\sqrt{3})(s+2)} e^{-sT_t} \tag{5}$$

$$R_1(s) = V_{I1}\frac{1+sT_{I1}}{s} \tag{6}$$

$$R_2(s) = V_{I2}\frac{1+sT_{I2}}{s^\alpha} \tag{7}$$

a) Welche Art von Regelkreisstruktur liegt vor? Welche Grundidee liegt bei dieser Struktur zugrunde? Wie muss die Bandbreite des inneren Regelkreises gegenüber dem äußeren Regelkreis sein? 1 P.|

b) Für die folgende Berechnung ist nur der inneren Regelkreis T_{u_2,y_1} zu betrachten. Bestimmen Sie die unbekannten Parameter V_{I1} und T_{I1} des Reglers $R_1(s)$ mittels Koeffizientenvergleich so, dass die Pole des geschlossenen Kreises bei -10 zu liegen kommen. 2 P.|

c) Im Folgenden wird der äußere Regelkreis T_{r,y_2} betrachtet. Gehen Sie davon aus, dass die Totzeit $T_t = 0$ ist. 5 P.|
Gesucht sind die Parameter V_{I2}, T_{I2} und $\alpha \in \mathbb{N}$ des Reglers $R_2(s)$ so, dass der geschlossene Regelkreis folgende Anforderungen erfüllt:

- Anstiegszeit $t_r = 0.75\,\mathrm{s}$,
- prozentuales Überschwingen ü= 25% und
- $e_\infty|_{r(t)=t} = 0$.

Hinweis: Der innere Regelkreis kann als Durchschaltung betrachtet werden, d.h. $T_{u_2,y_1} \approx 1$. Benützen Sie für die Auslegung des Reglers das FKL-Verfahren. Zeigen Sie mit Hilfe des Endwertsatzes der Laplace Rechnung, dass der Parameter $\alpha = 2$ ist. Berechnen Sie danach die verbleibenden Parameter des Reglers $R_2(s)$.

d) Nun gilt für die Totzeit $T_t = \pi/24$. Wie müssen nun die Parameter V_{I2} und T_{I2} gewählt werden, um die Anforderungen aus Teilaufgabe c) zu erfüllen? 2 P.|
Hinweis: $\frac{5\pi}{12}\mathrm{rad} \,\hat{=}\, 75°$.

Hinweis: Die Teilaufgaben a) - c) können unabhängig voneinander gelöst werden.

3. Die folgenden Aufgaben können getrennt voneinander gelöst werden.

   a) Gegeben ist die in Abbildung 3 dargestellte Impulsantwort g_k eines zeitdiskreten LTI-Systems. 6 P.|

      i. Bestimmen Sie die z-Übertragungsfunktion des Systems in der Form 3 P.|

$$G(z) = \frac{b(z)}{a(z)} = \frac{b_0 + b_1 z + \cdots + b_{n-1} z^{n-1} + b_n z^n}{a_0 + a_1 z + \cdots + a_{n-1} z^{n-1} + z^n}.$$

      ii. Geben Sie die Minimalrealisierung in Form der Steuerbarkeitsnormalform an. 1 P.|

      iii. Zeichnen Sie die Sprungantwort h_k in den rechten Teil der Abbildung 3 ein. 2 P.|

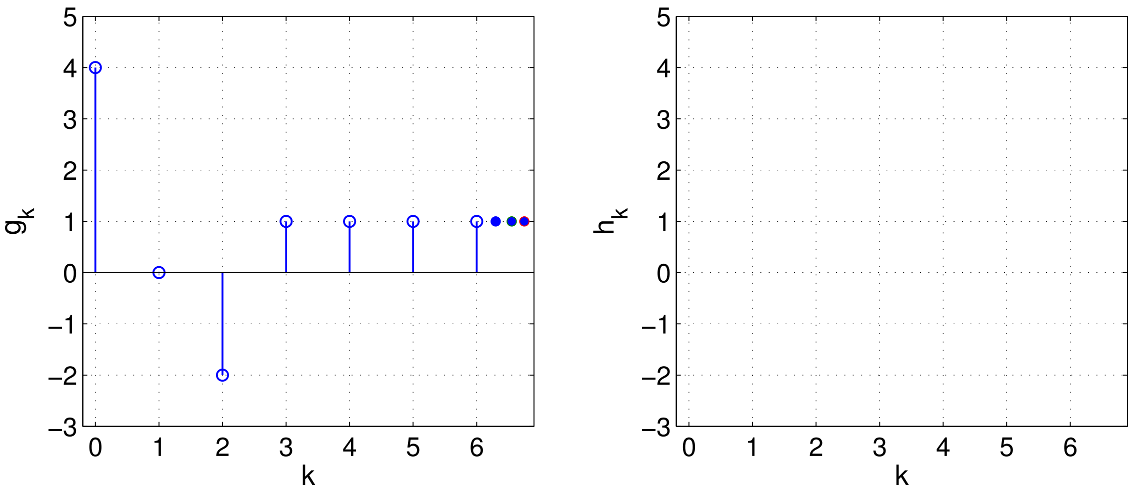

Abbildung 3: Impulsantwort g_k und Sprungantwort h_k des zeitdiskreten Systems.

   b) Berechnen Sie allgemein für das in Abbildung 4 dargestellte Blockschaltbild die Ausgangsfolge y_k im eingeschwungenen Zustand für $d(t) = D_0 \cos(\omega_0 t)$. Geben Sie alle zur Berechnung benötigten Zwischenschritte an. 4 P.|

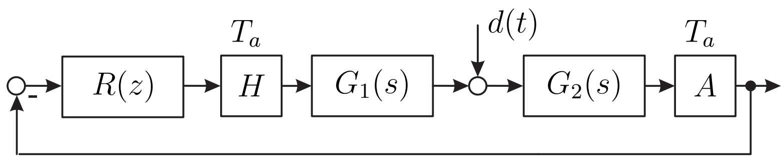

Abbildung 4: Blockschaltbild zur Berechnung des eingeschwungenen Zustands.

   c) Abbildung 5 zeigt den Amplitudengang des offenen Kreises $L(s)$ mit der Durchtrittsfrequenz w_c. Zeichnen Sie in Abbildung 5 näherungsweise den Amplitudengang des geschlossenen Kreises $T_{ry}(s)$ ein. 1 P.|

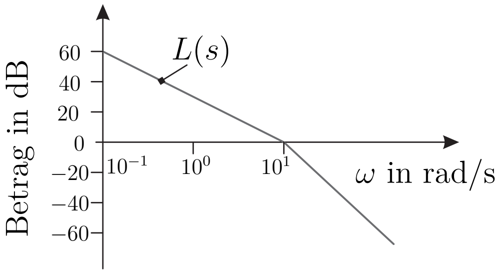

Abbildung 5: Amplitudengang des offenen Kreises $L(s)$.

4. Gegeben ist das System

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 3/2 & 1/2 \\ 1/2 & 3/2 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_k \tag{8a}$$

$$y_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k \tag{8b}$$

a) Prüfen Sie das System (8) auf Beobachtbarkeit und Erreichbarkeit. 2 P.|

b) Für das System (8) soll der Beobachter

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \begin{bmatrix} 3/2 & 1/2 \\ 1/2 & 3/2 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_k + \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} (\hat{y}_k - y_k) \tag{9a}$$

$$\hat{y}_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_k \tag{9b}$$

verwendet werden.

i. Bestimmen Sie die Dynamik des Beobachtungsfehlers $e_k = \hat{x}_k - x_k$. 1 P.|

ii. Wo müssen im Allgemeinen die Eigenwerte der Fehlerdynamikmatrix liegen, damit die Fehlerdynamik stabil ist? Bestimmen Sie das charakteristische Polynom der Fehlerdynamikmatrix. 1 P.|

iii. In welchem Wertebereich müssen $k_1 \in \mathbb{R}$ und $k_2 \in \mathbb{R}$ liegen, damit der Beobachtungsfehler asymptotisch abnimmt? Geben Sie die entsprechenden Ungleichungen für k_1 und k_2 an. 5 P.|

Hinweis: Sie können zur Bestimmung des zulässigen Wertebereiches z. B. das Verfahren von Jury verwenden.

Hinweis: Die Teilaufgaben können unabhängig voneinander gelöst werden.