Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 08.03.2013

Arbeitszeit: 120 min

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$
erreichbare Punkte	10	10	10	10	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,

... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,

... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,

... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an,

... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich und

... kreuzen Sie hier an, an welchem der folgenden Termine Sie **nicht** zur mündlichen Prüfung antreten können:

☐ Fr., 15.3.2013 ☐ Mo., 18.3.2013

Viel Erfolg!

1. Die durch den Wellengang hervorgerufene Schaukelbewegung eines Passagierschiffes wird oft mit Hilfe von stabilisierenden Flossen kompensiert. Abbildung 1 zeigt eine vereinfachte Darstellung eines solchen Stabilisierungssystems.

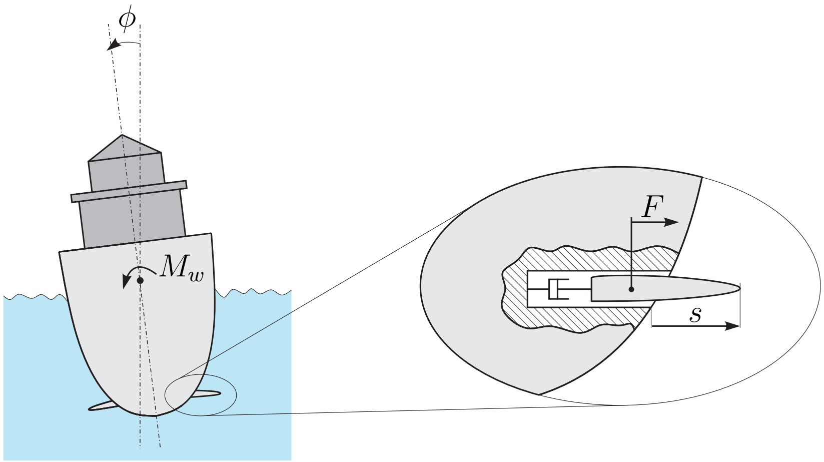

Abbildung 1: Schaukelbewegung eines Passagierschiffes.

Die Wellenbewegungen wirken als externes Moment M_w und verursachen dabei eine Auslenkung ϕ von der vertikalen Normalstellung des Schiffes mit dem Trägheitsmoment J. Demgegenüber wirken ein winkelproportionales Moment M_ϕ mit der Proportionalkonstanten k_1 und ein von der Position $s \geq 0$ der Flosse abhängiges Moment $M_f = k_2 \omega \tanh(s)$, wobei $\omega = \dot{\phi}$ die Drehwinkelgeschwindigkeit des Schiffes bezeichnet. Hierbei wird durch das stabilisierende Moment M_f der effektive Einfluss beider Flossen berücksichtigt. Das Teilsystem Flosse wird als ein Masse-Dämpfer System mit einer auf die Masse m wirkenden Kraft F und einer geschwindigkeitsproportionalen Dämpfung mit der Dämpfungskonstanten d modelliert.

Lösen Sie die nachfolgenden Teilaufgaben:

a) Stellen Sie die Modellgleichungen mit geeigneten Zustandsgrößen $\mathbf{x}$ in der Form 3 P.|

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u, \chi)$$
$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, u)$$

mit dem Eingang $u = F$, der Störung $\chi = M_w$ und dem Ausgang $\mathbf{y} = [\phi, s]^T$ dar.

b) Berechnen Sie die allgemeine Ruhelage des Systems $\mathbf{x}_R$ für $M_w = 0$. Wie viele Ruhelagen hat das System? 2 P.|

c) Linearisieren Sie das mathematische Modell um eine allgemeine Ruhelage $\mathbf{x}_R$ und stellen Sie das linearisierte System in der Form 2 P.|

$$\Delta\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u$$
$$\Delta\mathbf{y} = \mathbf{C}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{d}\Delta u$$

dar. Ist die Ruhelage des linearisierten autonomen Systems asymptotisch stabil? Begründen Sie Ihre Antwort. *Hinweis*: Es gilt: $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\tanh(x) = 1 - \tanh^2(x)$.

d) Angenommen, auf das Teilsystem Flosse mit dem Anfangszustand $s(0) = \dot{s}(0) = 0$ wirkt die Kraft $F(t) = F_v(\sigma(t) - \sigma(t - T_F))$ mit konstantem $F_v > 0$. Wie muss T_F gewählt werden, damit gilt $\lim_{t\to\infty} s(t) = s_R \neq 0$. 3 P.|

2. Gegeben ist das System

$$
\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} u \\
y &= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 10 \end{bmatrix} \mathbf{x}.
\end{aligned}
$$

a) Berechnen Sie die Eigenwerte und die Eigenvektoren des Systems. 3 P.|

b) Untersuchen Sie, ob das System vollständig beobachtbar ist. 2 P.|

c) Die Linkseigenvektoren des Systems errechnen sich zu $\mathbf{w}_1^T = [\frac{1}{4} - \frac{3}{4}I,\ I,\ 1]$, $\mathbf{w}_2^T = [\frac{1}{4} + \frac{3}{4}I,\ -I,\ 1]$ und $\mathbf{w}_3^T = [1,\ 0,\ 0]$. Bestimmen Sie, unter welchen Bedingungen an die Parameter b_1, b_2 und b_3 des rein reellen Eingangsvektors $\mathbf{b}$ das System vollständig erreichbar ist. 2 P.|

d) Beweisen Sie, dass für den Fall einer (2×2)-Matrix $\mathbf{A}$ mit verschiedenen Eigenwerten λ_1, λ_2 die zugehörigen Eigenvektoren $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$ linear unabhängig sind. *Hinweis*: Führen Sie den Beweis durch Widerspruch. 3 P.|

Hinweis: Die Teilaufgaben a) - d) können unabhängig voneinander gelöst werden.

3. Die folgenden Aufgaben können unabhängig voneinander gelöst werden.

   a) Gegeben ist das zeitdiskrete System 4 P.|

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} u_k$$
$$y_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k.$$

   Entwerfen Sie einen Zustandsregler, welcher jede Anfangsauslenkung $\mathbf{x}_0$ in höchstens 3 Schritten in $\mathbf{0}$ überführt.

   b) Gegeben ist das zeitdiskrete System 4 P.|

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} u_k$$
$$y_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k.$$

   Geben Sie die reguläre Zustrandstransformation $\mathbf{V}$ an, welche das System in Steuerbarkeitsnormalform überführt. *Hinweis*: Nutzen Sie hierzu die Einzelschritte der Herleitung der Formel von Ackermann und beachten Sie den Zusammenhang $\mathbf{\Phi}_R\mathbf{V} = \mathbf{V}\mathbf{\Phi}$ sowie die Struktur eines Systems in Steuerbarkeitsnormalform.

   c) Zeigen Sie, dass die Eigenschaft der vollständigen Erreichbarkeit eines linearen zeitinvarianten Systems invariant gegenüber regulären Zustandstransformationen der Form $\mathbf{x} = \mathbf{V}\mathbf{z}$ ist. 2 P.|

4. Gegeben ist der in Abbildung 2 dargestellte Regelkreis mit

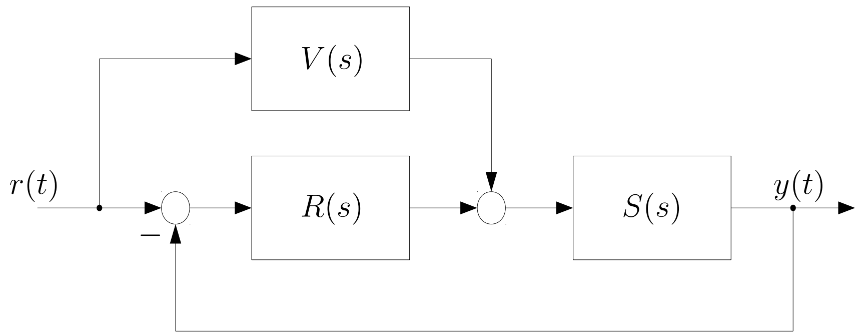

Abbildung 2: Regelkreis mit Vorsteuerung.

$$
\begin{aligned}
S(s) &= \frac{s+2}{(s+a)(s+1)} \\
R(s) &= k_R \frac{1+sT}{s} \\
V(s) &= k_V .
\end{aligned}
$$

a) Geben Sie die Führungsübertragungsfunktion $T_{r,y}(s)$ des Systems an. 2 P.|

b) Kann das System für $a \leq -1$ und $T = 0$ stabilisiert werden? Begründen Sie Ihre Antwort. 2 P.|

c) Sei $a = -1$ und $T = 3$. Geben Sie jenen Wertebereich von k_R an, dass das System BIBO-stabil ist. 3 P.|

d) Sei $R(s) = k_R$. Berechnen Sie für $a > 0$ und allgemeiner Reglerverstärkung k_R jenen Verstärkungsfaktor k_V, für welchen bei stationärem Eingang $r(t) = r_{stat}$ für den Ausgang $y(t)$ die Beziehung 3 P.|

$$\lim_{t \to \infty} y(t) = r_{stat}$$

gilt.