Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung am 19.04.2013

LÖSUNG

Aufgabe 1:

a) Die Gastemperaturdifferentialgleichung ergibt sich zu

$$\dot{T}_g = \frac{\kappa - 1}{R_s m_g}(c_g(T_U - T_g) + p_g A_k v_k).$$

b) Die Öldruckdifferentialgleichung folgt zu

$$\dot{p_o} = \frac{\beta}{A_k s_k}(q - A_k v_k).$$

c) Wahl des Systemzustands: $\mathbf{x} = [s_k, v_k, p_o, T_g]^T$.
Die Modellgleichungen ergeben sich zu:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} v_k \\ \frac{1}{m_k}(p_o - p_g) A_k \\ \frac{\beta}{A_k s_k}(k_p u - A_k v_k) \\ \frac{\kappa-1}{R_s m_g}\left[c_g(T_U - T_g) + \frac{m_g R_s T_g}{L_k - s_k} v_k\right] \end{bmatrix}$$
$$y = \begin{bmatrix} s_k \\ \frac{m_g R_s T_g}{A_k(L_k - s_k)} \end{bmatrix}.$$

d) Es gibt unendlich viele Ruhelagen der Form $\mathbf{x}_R = [\ s_{k,R},\ v_{k,R},\ p_{o,R}, T_U]^T$ mit $0 < s_{k,R} < L_k$ und $p_{o,R} = p_{g,R}$.

e) Die Ruhelage $\mathbf{x}_R$ ergibt sich zu

$$\mathbf{x_R} = \begin{bmatrix} \frac{L_k}{2} \\ 0 \\ 2\frac{T_u R_s m_g}{A_k L_k} \\ T_u \end{bmatrix}.$$

Aufgabe 2:

a) Das Bodediagramm der Übertragungsfunktion $G(s)$ ist in Abbildung 1 dargestellt.

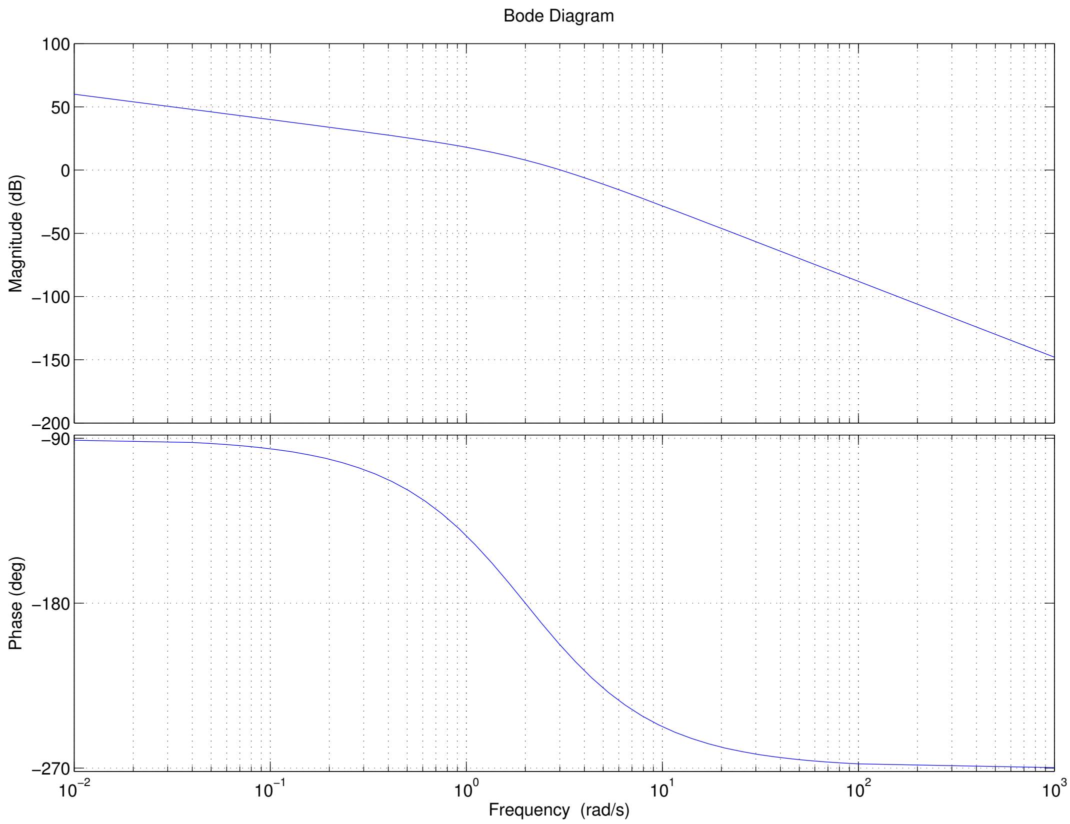

Abbildung 1: Bodediagramm zu Aufgabe 2 a).

b) Die Übertragungsfunktion des Kompensationsreglers lautet

$$R(s) = K\frac{2 + 2 \cdot 0.7s + 0.5s^2}{(1 + sT_R)^2}$$

mit den Reglerparametern

$$K = 2 - \sqrt{3}$$

und

$$T_R = \frac{2 - \sqrt{3}}{5}.$$

c) Unter den gegebenen Voraussetzungen folgt durch Anwendung des Routh-Hurwitz Verfahrens, dass der geschlossene Regelkreis für

$$\xi > \frac{5}{2}K$$

BIBO-stabil ist.

d) Nach Anwendung des Endwertsatzes der Laplace-Transformation ergibt sich der stationäre Wert der Ausgangsgröße zu

$$y_\infty = \frac{1}{K}.$$

Aufgabe 3:

a) Die dargestellte Übertragungsfunktion ist durch

$$G_2(s) = \frac{2-s}{2+s+2s^2}$$

gegeben.

b) i Nach Anwendung des Nyquist-Kriteriums folgt die BIBO-Stabilität des geschlossenen Regelkreises.

ii Da das Nennerpolynom des offenen Kreises $L(s) = R(s)G(s)$ kein Hurwitzpolynom ist, kann das Nyquist-Kriterium in Frequenzkennliniendarstellung in diesem Fall nicht zur Untersuchung der Stabilität herangezogen werden.

c) i Die Lösung lautet

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{V}\tilde{\mathbf{\Phi}}(t)\mathbf{V}^{-1}\mathbf{x}_0.$$

ii Die Matrizen lauten

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{\Phi}} = \begin{bmatrix} e^{-t} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-2t} & te^{-2t} \\ 0 & 0 & e^{-2t} \end{bmatrix}.$$

Aufgabe 4:

a) Die Beobachterverstärkung $\hat{\mathbf{k}}$ ergibt sich zu

$$\hat{\mathbf{k}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{6} \\ -\frac{4}{3} \end{bmatrix}.$$

b) Die Fehlerdynamikmatrix eines trivialen Beobachters entspricht der Dynamikmatrix des Systems. Da die Eigenwerte bei $2+\sqrt{15}$ sowie bei $2-\sqrt{15}$ zu liegen kommen, ist die Fehlerdynamik des trivialen Beobachters instabil.

c) Die Transformationsvorschrift ergibt sich zu

$$\mathbf{z} = \mathbf{x} - \mathbf{x_R},$$

mit der Ruhelage $\mathbf{A}\mathbf{x_R} = -\mathbf{r}$ und den Matrizen $\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{A}$ sowie $\bar{\mathbf{B}} = \mathbf{B}$.

d) i Die Hankelmatrix ergibt sich zu

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

ii Aus der Regularität der Hankelmatrix kann auf vollständige Beobachtbarkeit und vollständige Erreichbarkeit geschlossen werden.