Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 28.06.2013

Arbeitszeit: 120 min

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$
erreichbare Punkte	10	11	10	9	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,

... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,

... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,

... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an,

... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich und

... kreuzen Sie hier an, an welchem der folgenden Termine Sie **nicht** zur mündlichen Prüfung antreten können:

☐ Fr., 5.7.2013 ☐ Mo., 8.7.2013

Viel Erfolg!

1. Im folgenden Beispiel soll ein Windrad mit Generator, dargestellt in Abbildung 1, untersucht werden. Das Windrad besteht aus vier identischen Flügeln mit der Länge l und der Breite b, deren Anstromwinkel α über den Eingang ζ mit $\dot{\alpha} = \zeta \cos(\zeta)$ eingestellt werden kann. Dadurch kann die vom Wind mit der Geschwindigkeit v angeströmte Fläche mit der Modulationsfunktion $k(\alpha) = \cos(\alpha)$ verändert werden. Auf die Flügelflächen wirkt in Drehrichtung der Windruck $p_w = c_p(\alpha)\frac{\rho}{2}v^2$, der das Rad antreibt. Hierbei bezeichnet $c_p(\alpha)$ den Windbeiwert und ρ die Dichte der Luft.

   Das Windrad ist über eine starre Welle mit einem Gleichstromgenerator verbunden, der das Moment $\tau_{el} = c_A \Phi i_A$ mit der Maschinenkonstanten $c_A > 0$ und dem magnetischen Fluss $\Phi > 0$ erzeugt. Das gesamte Trägheitsmoment des Windrads samt Stange und Generator sei Θ. Am Generator liegt die konstante Gleichspannung U_N an. Die induzierte Spannung ergibt sich zu $u_i = c_A \Phi \omega$ mit der Drehwinkelgeschwindigkeit der Maschine ω in rad/s.

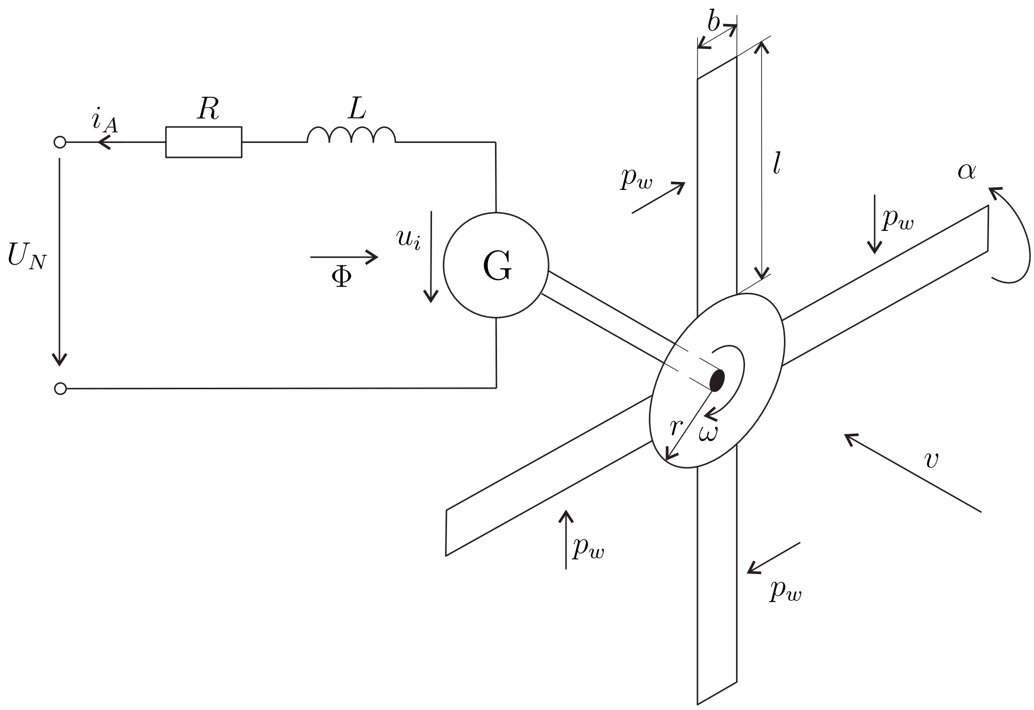

Abbildung 1: Windrad mit Generator.

Lösen Sie die nachfolgenden Teilaufgaben:

a) Stellen Sie die Modellgleichungen mit den Zustandsgrößen $\mathbf{x} = \begin{bmatrix}\omega, i_A, \alpha\end{bmatrix}^T$ in der Form | 5 P.|

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$$
$$y = h(\mathbf{x}, \mathbf{u})$$

mit dem Eingang $\mathbf{u} = \begin{bmatrix}v, \zeta\end{bmatrix}^T$ und dem Ausgang $\mathbf{y} = i_A$ dar.
Hinweis: Das durch den Winddruck p_w erzeugte Drehmoment auf einen Flügel kann durch Integration über den Hebelarm s

$$\tau_F = \int_s p_w k(\alpha) b s' \mathrm{d}s'$$

berechnet werden.

b) Berechnen Sie die Ruhelagen des Systems für eine konstante Windgeschwindigkeit v_R und mit $\zeta_R = 0$. 2 P.|

c) Linearisieren Sie das mathematische Modell um die berechnete Ruhelage $\mathbf{x}_R$ und stellen Sie das linearisierte System in der Form 3 P.|

$$\begin{aligned}\Delta\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{B}\Delta\mathbf{u}\\ \Delta y &= \mathbf{C}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{D}\Delta\mathbf{u}\end{aligned}$$

dar. Ist die Ruhelage des linearisierten autonomen Systems asymptotisch stabil? Begründen Sie Ihre Antwort.

2. Gegeben ist das autonome System

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} \qquad \text{mit} \qquad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2c & -2 \\ 5 + 3c + \frac{1}{2}c^2 & -6 \end{bmatrix}.$$

a) Geben Sie ein Intervall für den konstanten Parameter $c \in \mathbb{R}$ an, sodass die Ruhelage $\mathbf{x}_R$ für jeden Anfangswert $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^2$ global asymptotisch stabil ist. 2 P.|

b) Bestimmen Sie den Zeitverlauf von $\mathbf{x}(t)$ für den Anfangswert $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^2$. 4 P.|
Hinweis: Die Eigenvektoren der gegebenen Dynamikmatrix können mit

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{c+3-I}{2} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{c+3+I}{2} \end{bmatrix}$$

angenommen werden.

c) Bestimmen Sie den Anfangswert $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t_0)$, $t_0 = 0$, wenn für die Konstante $c = 1$ gilt und zum Zeitpunkt $t_1 = \frac{1}{2}\pi$ der Zustand $\mathbf{x}(t_1) = \begin{bmatrix} 2e^{-\pi} \\ 3e^{-\pi} \end{bmatrix}$ lautet. 2 P.|

d) Schreiben Sie das gegebene System in zeitdiskreter Darstellung mit der Abtastzeit $T_a = \pi$ an. 1 P.|

e) Bestimmen Sie den Verlauf des Zustands $\mathbf{x}_k$ für den Anfangswert $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^2$. 2 P.|

3. Gegeben ist der Regelkreis laut Abbildung 2 mit den Übertragungsfunktionen

$$G_1 = \frac{V}{s} \qquad , \qquad G_2 = \frac{s+0.5}{2s^2+5s+8}$$

mit der Verstärkung $V = 20$.

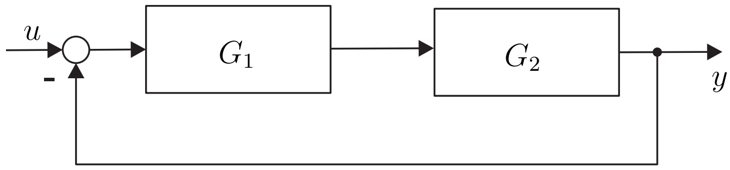

Abbildung 2: Regelkreis.

Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben.

a) Zeichnen Sie das Bode-Diagramm für die Übertragungsfunktion des offenen Kreises L. Nutzen Sie hierfür die bereitgestellte Vorlage. Ist der offene Kreis BIBO-stabil? Beurteilen Sie mit Hilfe des Bode-Diagramms die Stabilität des geschlossenen Kreises. 4 P.|
Hinweis: $\log(\frac{5}{4}) \approx 0.1$

b) Welche der beiden Ortskurven in Abbildung 3 beschreibt den offenen Kreis L? Begründen Sie ihre Antwort ausführlich. 2 P.|

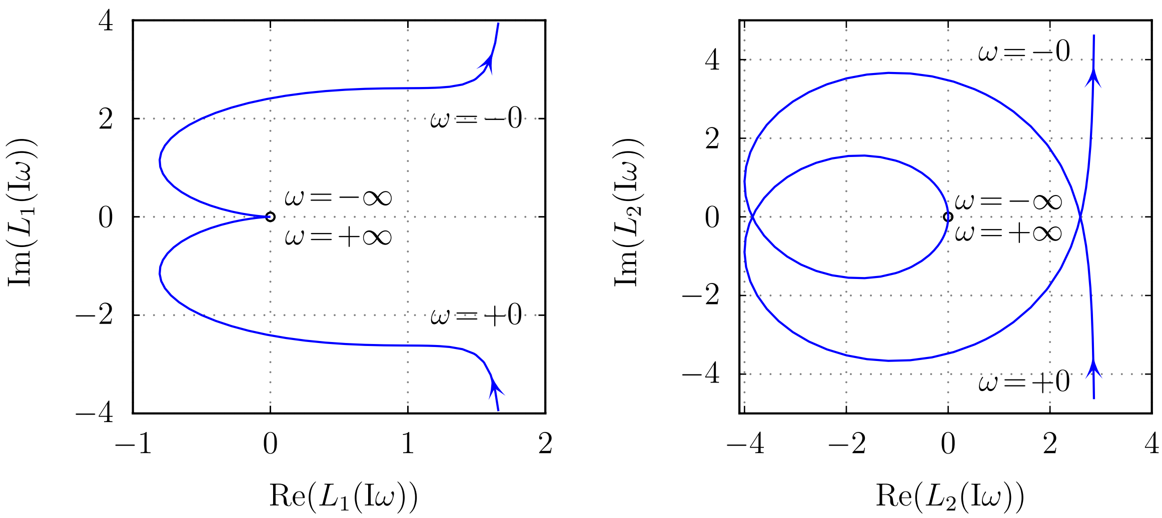

Abbildung 3: Ortskurven zu Aufgabe 3.b).

c) Berechnen Sie den Ausgang $y(t)$ des offenen Kreises L für $t \to \infty$ für einen Impuls am Eingang $u = \delta(0)$ sowie für den Einheitssprung $u = \sigma(0)$. 2 P.|

d) Berechnen Sie die eingeschwungene Lösung $y(t)$ des geschlossenen Kreises T für den Eingang $u(t) = \sin(t)$. 2 P.|

4. Gegeben ist das zeitdiskrete System

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.5 \\ 1 & 0 & -1.7 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_k$$
$$y = [0, 0, 1]\mathbf{x}_k.$$

a) Bestimmen Sie die zeitdiskrete Übertragungsfunktion $G(z)$ des gegebenen Systems. 1 P.|

b) Zeigen Sie, dass das System vollständig beobachtbar ist. 2 P.|

c) Entwerfen Sie einen vollständigen Luenberger Beobachter für den Zustand $\mathbf{x}$. Die Eigenwerte der Dynamikmatrix $\mathbf{\Phi}_e$ des Fehlersystems $\mathbf{e}_{k+1} = \mathbf{\Phi}_e \mathbf{e}_k$ mit $\mathbf{e} = \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}$ sollen die Werte $\lambda_1 = -0.5$, $\lambda_2 = -0.5$ und $\lambda_3 = 0.2$ annehmen. 3 P.|

d) Untersuchen Sie mit Hilfe des Jury Verfahrens die Stabilität des in Punkt c) entworfenen Beobachters, wenn sich die Dynamikmatrix des gegebenen Systems auf 3 P.|

$$\mathbf{\Phi}_a = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0.05 \\ 1 & 0 & 0.1 \\ 0 & 1 & 1.8 \end{bmatrix}$$

ändert.

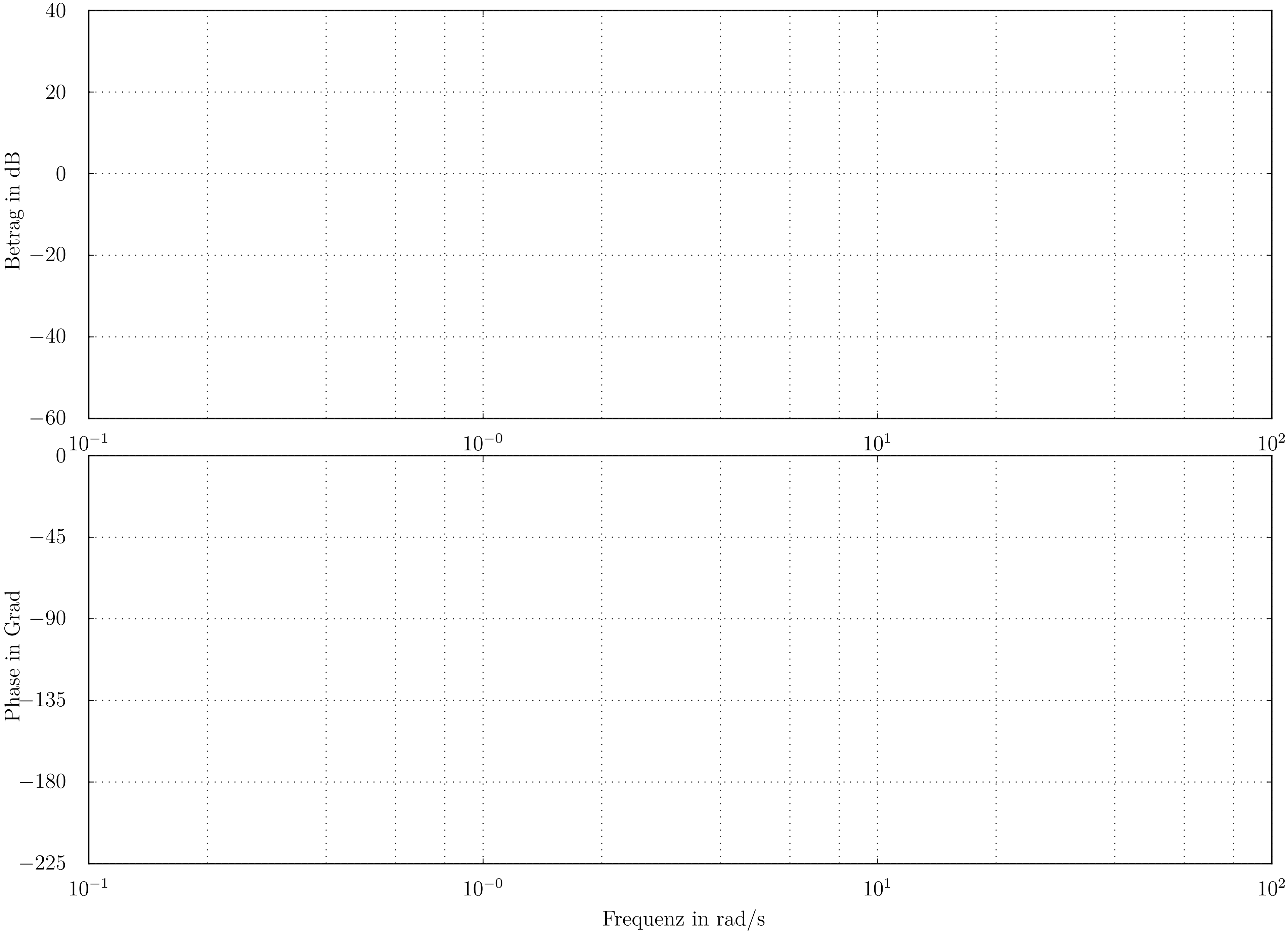

Abbildung 4: Vorlage Bode-Diagramm zu Aufgabe 3