Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung am 28.06.2013

LÖSUNG

Aufgabe 1:

a) Das Moment für einen Flügel ergibt sich durch Integration über die Flügellänge vom Drehpunkt aus zu

$$\tau_F = \int_r^{l+r} pk(\alpha)bl' \mathrm{d}l' = pb\frac{l^2+2lr}{2}$$

und damit die Bewegungsgleichungen

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{i}_A \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\theta}\left(c_p(\alpha)\rho v^2\cos(\alpha)b(l^2+2lr) - c_A\Phi i_A\right) \\ \frac{1}{L}(-U_N - i_A R + c_A\Phi\omega) \\ \zeta\cos(\zeta) \end{bmatrix}$$
$$y = i_A$$

b) Ruhelagen:

$$\begin{aligned} i_{A,R} &= \frac{1}{c_A\Phi}c_P(\alpha_R)\rho v_R^2\cos(\alpha_R)b(l^2+2lr) \\ \omega_R &= \frac{1}{c_A\Phi}(U_N + Ri_{A,R}) \\ &\alpha_R \text{ beliebig} \end{aligned}$$

c) Linearisierung

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{c_A\Phi}{\Theta} & \frac{b(l^2+2lr)\rho v_R^2}{\Theta}\left(\cos(\alpha_R)\left.\frac{\partial c_P(\alpha)}{\partial\alpha}\right|_{\alpha_R} - \sin(\alpha_R)c_P(\alpha_R)\right) \\ \frac{c_A\Phi}{L} & -\frac{R}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{2}{\Theta}(c_P(\alpha_R)\rho v\cos(\alpha_R)b(l^2+2lr)) & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{d} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ruhelage ist nicht BIBO-stabil, da ein Eigenwert $\lambda = 0$ ist.
Aufgabe 2:

a)

$$c < 3$$

b)

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{\Phi}(t)\mathbf{x}_0$$
$$\mathbf{\Phi}(t) = \begin{bmatrix} \mathrm{e}^{(c-3)t}\left(\cos(t) + (c+3)\sin(t)\right) & -2\mathrm{e}^{(c-3)t}\sin(t) \\ \mathrm{e}^{(c-3)t}\left(\frac{c^2+6c+10}{2}\sin(t)\right) & -\mathrm{e}^{(c-3)t}\left((c+3)\sin(t) - \cos(t)\right) \end{bmatrix}$$

c)

$$\mathbf{x}_0 = [-2, -5]^T$$

d)

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} -\mathrm{e}^{\pi(c-3)} & 0 \\ 0 & -\mathrm{e}^{\pi(c-3)} \end{bmatrix}$$

e)

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{\Psi}(k)\mathbf{x}_0$$
$$\mathbf{\Psi}(k) = \begin{bmatrix} (-1)^k \mathrm{e}^{k\pi(c-3)} & 0 \\ 0 & (-1)^k \mathrm{e}^{k\pi(c-3)} \end{bmatrix}$$

Aufgabe 3:

a) Das Bodediagramm des offenen Kreises L ist in Abbildung 1 dargestellt.

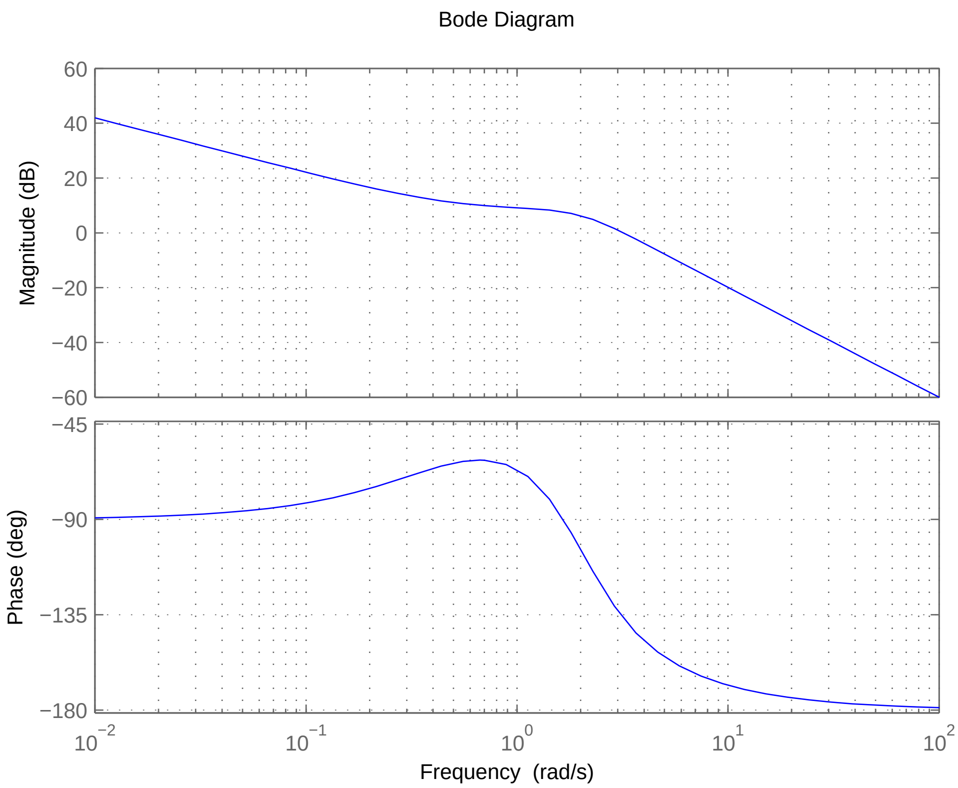

Abbildung 1: Bodediagramm zu Aufgabe 3 a).

Der geschlossene Kreis ist BIBO-stabil, da im Nenner des offenen Kreises ein Integrator mit $\rho = 1$ und ein Hurwitz Polynom steht und die Phasenreserve bei der Durchtrittsfrequenz $\Phi > 0$.

b) Ortskurve 1, da der geschlossene Kreis BIBO-stabil ist und dadurch mit Nyquist-Kriterium die Phasendrehung von $1 + L$ π beträgt.

c) für $\delta(0)$: Endwertsatz : $y = \lim_{s\to 0} sL = \frac{5}{4}$
für $\sigma(0)$: Da integrierendes System: $y \to \infty$

d) Ausgang des geschlossenen Kreises für $u = \sin(t)$

$$
\begin{aligned}
T &= 20\frac{s+0.5}{2s^3+5s^2+28s+10} \to 20\frac{j+0.5}{26j+5} \\
|T| &= 20\frac{\sqrt{(1+0.25)}}{\sqrt{25+676}} = 10\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{701}} \\
\arg(T) &= \arctan(2) - \arctan\left(\frac{26}{5}\right) \\
y &= 10\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{701}} \sin\left(t + \arctan(2) - \arctan\left(\frac{26}{5}\right)\right)
\end{aligned}
$$

Aufgabe 4:

a)

$$G(z) = \frac{0.3}{z^3 - 2z^2 + 1.7z - 0.5}$$

b)

$$\text{Rang}(\mathcal{O}) = 3 \qquad \mathcal{O} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2.3 \end{bmatrix}$$

c)

$$k_1 = -0.45 \qquad k_2 = 1.65 \qquad k_3 = -2.8$$

d) Der Beobachter ist instabil