Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 29.11.2013

Arbeitszeit: 120 min

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$
erreichbare Punkte	9	12	9	10	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,

... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,

... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,

... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an,

... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich und

... kreuzen Sie hier an, an welchem der folgenden Termine Sie **nicht** zur mündlichen Prüfung antreten können:

☐ Fr., 6.12.2013 ☐ Mi., 11.12.2013

Viel Erfolg!

1. Gegeben ist die elektrische Schaltung nach Abbildung 1 mit einem idealen Operationsverstärker (unendliche Verstärkung, keine Input-Bias Ströme, keine Offset-Spannungen). Die Diode wird durch die Modellgleichung $i_d = i_s \exp\left(\frac{u_d}{mu_T}\right)$, mit dem

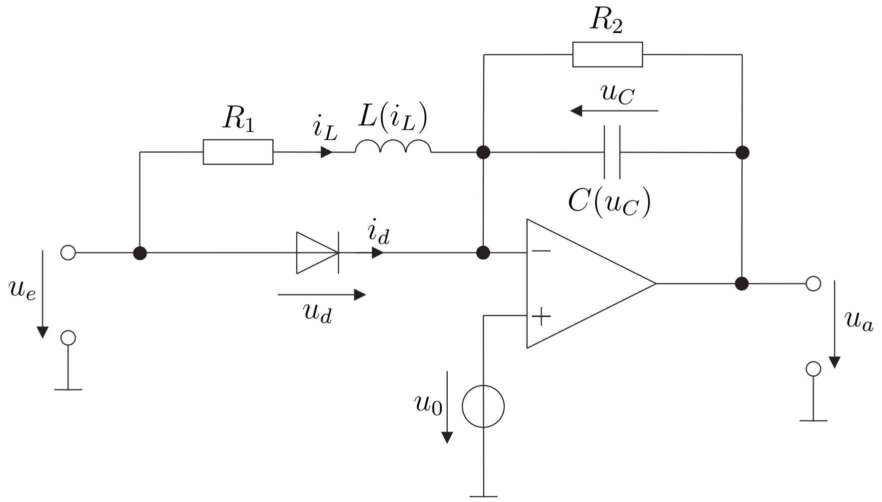

Abbildung 1: Operationsverstärkerschaltung.

Sättigungssperrstrom $i_s > 0$, der Temperaturspannung u_T und dem Modellparameter $m > 0$, beschrieben. Für die stromabhängige Induktivität gilt $L(i_L) = L_0 + L_1 i_L$ mit $L_0, L_1 > 0$, für die spannungsabhängige Kapazität $C(u_C) = C_0 + C_1 u_C$ mit $C_0, C_1 > 0$ und u_0 ist als konstant anzunehmen.

a) Bestimmen Sie das mathematische Modell des elektrischen Systems nach Abbildung 1 in der Form 4 P.|

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, u)\\ y &= h(\mathbf{x}, u),\end{aligned}$$

mit dem Eingang $u = u_e$ und dem Ausgang $y = u_a$. Wählen Sie dazu geeignete Zustandsgrößen $\mathbf{x}$.

b) Berechnen Sie die Ruhelage des Systems für $u_{e,0} = u_0$. Linearisieren Sie das System um die berechnete Ruhelage und schreiben Sie es in der Form 4 P.|

$$\begin{aligned}\Delta\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u\\ \Delta y &= \mathbf{c}^T\Delta\mathbf{x} + d\Delta u\end{aligned}$$

an.

c) Geben Sie Bedingungen an die Systemparameter an, damit das linearisierte, autonome System asymptotisch stabil ist. 1 P.|

2. Die Teilaufgaben (a)-(c) können unabhängig voneinander gelöst werden.

   (a) Gegeben ist das lineare, zeitinvariante System nach Abbildung 2.

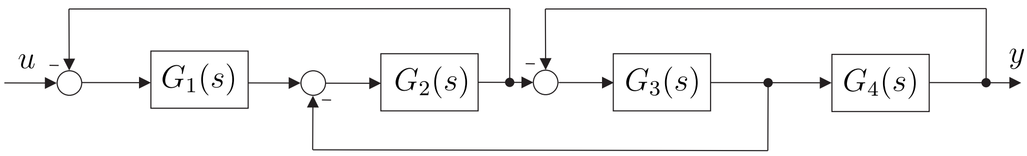

Abbildung 2: Zusammenschaltung von Übertragungsfunktionen.

   i. Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ vom Eingang u zum Ausgang y. 2 P.|

   ii. Für die Übertragungsfunktionen gelte nun $G_1(s) = \frac{V_1}{s}$, $G_2(s) = \frac{V_2}{1+sT}$, $G_3(s) = V_3$ und $G_4(s) = V_4$ mit $V_1, V_2, V_3, V_4 > 0$. Geben Sie einen Wertebereich von T an, damit die resultierende Übertragungsfunktion $G(s)$ BIBO-stabil ist. 2 P.|

   (b) Gegeben ist das lineare, zeitinvariante und zeitkontinuierliche System

$$2\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}y(t) + 6\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}y(t) - 12\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}u(t) = 0.$$

   i. Berechnen Sie für verschwindende Anfangswerte die z-Übertragungsfunktion $G(z)$ vom Eingang u zum Ausgang y für eine Abtastzeit von $T_a = \frac{1}{3}\ln(2)$. 2 P.|

   ii. Bestimmen Sie die eingeschwungene Lösung des Systems auf die Eingangsfolge 2 P.|

$$(u_k) = \frac{3}{2}(1^k) + \frac{3}{8}\left(\frac{27}{29}\right)^k + \frac{7}{9}\cos\left(\frac{\pi}{4}k + \frac{\pi}{7}\right)e^{(-4k)} + \sqrt{3}\sin\left(\frac{\pi}{3}k + \frac{\pi}{4}\right).$$

(c) Abbildung 3 zeigt ein Halteglied 1. Ordnung (*first-order-hold*). Die Ausgangs- 4 P.

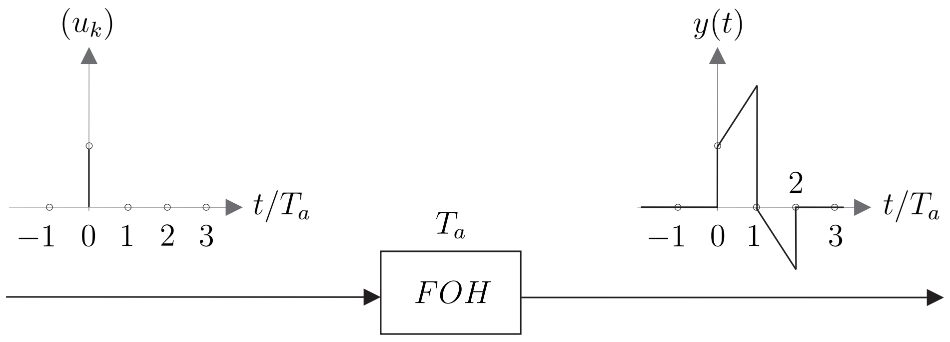

Abbildung 3: Halteglied 1. Ordnung.

größe $y(t)$ dieses kausalen Haltegliedes berechnet sich aus der Eingangsfolge (u_k) zu

$$y(t) = u_k + \frac{u_k - u_{k-1}}{T_a}\,(t - kT_a) \quad \text{für} \quad kT_a \leq t < (k+1)T_a.$$

Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ vom Eingang v zum Ausgang y, wobei $v(t) = (u_k) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} u\,(kT_a)\,\delta\,(t - kT_a)$ gilt.

Hinweis: Denken Sie an den Zusammenhang zwischen der Impulsantwort und der Übertragungsfunktion.

3. Gegeben ist die Strecke

$$G(s) = \frac{\hat{y}(s)}{\hat{u}(s)} = \frac{a}{s^{\rho}\,(s/\omega_b + 1)^{\beta}}$$

mit unbekanntem $\rho \in \mathbb{N}_0$, unbekanntem $a \in \mathbb{R}$ sowie dem unbekannten Polynom $b(s) = (s/\omega_b + 1)^{\beta}$. Das zugehörige Bodediagramm ist in Abbildung 4 dargestellt.

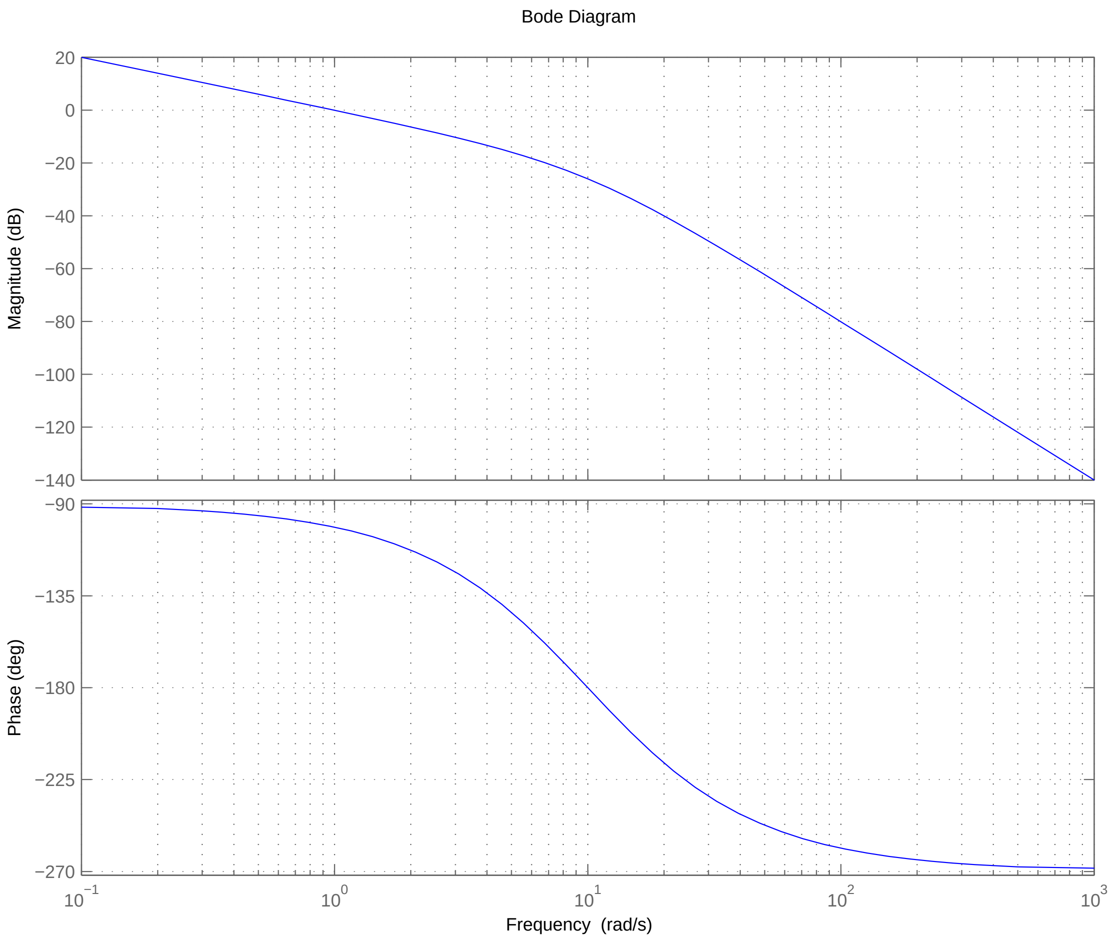

Abbildung 4: Bodediagramm der Strecke $G(s)$

Hinweis: Machen Sie vom Bodediagramm Gebrauch. Oftmals ist es einfacher die Werte direkt abzulesen. Falls Sie das tun, machen Sie diese kenntlich.

a) Ermitteln Sie die unbekannten Parameter aus dem Bodediagramm. Gehen Sie dazu wie folgt vor: 2.5 P.|

(i) Bestimmen Sie ρ.

(ii) Bestimmen Sie β und die Knickfrequenz ω_b.

(iii) Bestimmen Sie a. Runden Sie auf eine ganze Zahl!

b) Zur Regelung der Strecke wird ein P-Regler verwendet. Kann man die Stabilität des geschlossenen Kreises mit Hilfe des Nyquistkriteriums in FKL-Darstellung beurteilen? Begründen Sie Ihre Antwort. 1 P.|

c) Bestimmen Sie jenen Wertebereich für den Parameter V eines P-Reglers der Form $R(s) = V$ für einen Standardregelkreis mit einem Freiheitsgrad so, dass der geschlossene Kreis BIBO-stabil ist. 1.5 P.|

Geben Sie das Blockschaltbild zur Regelkreis-Struktur an.

d) Bestimmen Sie für den P-Regler aus Punkt c) den Wert der bleibenden Regelabweichung 2 P.|

$$\lim_{t\to\infty} (e(t))|_{r(t)=t\,\sigma(t)}$$

für die RAMPENantwort des geschlossenen Kreises. Welche Anforderung an den geschlossenen Regelkreis besteht, damit die bleibende Regelabweichung überhaupt sinnvoll definiert ist?

e) Erweitern Sie, falls nötig, die Reglerstruktur so, dass Sie für die SPRUNGantwort stationäre Genauigkeit garantieren können, d.h. es gilt 2 P.|

$$\lim_{t\to\infty} (e(t))|_{r(t)=\sigma(t)} = 0.$$

Bestimmen Sie dann alle Reglerparameter mit Hilfe des FKL-Verfahrens so, dass für das Überschwingen bei der Sprungantwort ü = 25% gilt.

Wählen Sie den einfachst möglichen Regler und begründen Sie Ihre Entscheidung!

4. Gegeben ist ein zeitkontinuierliches System in Zustandsraumdarstellung

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} =& \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u\\ y =& \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}\end{aligned}$$

mit

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -a^2 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix},$$

wobei $a \in \mathbb{R}$ und c_1, c_2, $c_3 \in \mathbb{R}$.

a) Berechnen Sie Eigenwerte λ_i, $i = 1, 2, 3$ und Linkseigenvektoren $\mathbf{w}_i^{\mathrm{T}}$ der Dynamikmatrix. 3 P.|

b) Für welchen Parameter $a = a_b$ ist das System NICHT vollständig erreichbar. Zeigen Sie dies mit Hilfe des PBH-Tests! 1 P.|

c) Geben Sie das duale System 1 P.|

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_D =& \mathbf{A}_D\mathbf{x}_D + \mathbf{b}_D u\\ y_D =& \mathbf{c}_D^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_D\end{aligned}$$

an.

d) Ist das duale System für den Parameter $a \neq a_b$ vollständig beobachtbar? Begründen Sie Ihre Antwort. 1 P.|

e) Im Folgenden gilt $a = 1$. Ist die Ruhelage $\mathbf{x}_R = \mathbf{0}$ des dualen Systems stabil? Gilt das auch für das primale System? 1 P.|

f) Entwerfen Sie für das primale System einen Zustandsregler mit Hilfe der Formel von Ackerman so, dass alle Eigenwerte bei $\lambda_i = -1$ zu liegen kommen. 3 P.|