Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung am 29.11.2013

LÖSUNG

Aufgabe 1: Lösungen zu Aufgabe 1

a) Mathematisches Modell in Zustandsdarstellung

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} i_L \\ u_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_0+2L_1 i_L}\left(-R_1 i_L + u_e - u_0\right) \\ \frac{1}{C_0+2C_1 u_C}\left(-i_L - i_s \exp\left(\frac{u_e-u_0}{m u_T}\right) - \frac{u_C}{R_2}\right) \end{bmatrix}$$
$$u_a = u_C + u_0.$$

b) Ruhelagen

$$i_{L,R} = 0$$
$$u_{C,R} = -R_2 i_S.$$

Linearisiertes System

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} \Delta i_L \\ \Delta u_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_1}{L_0} & 0 \\ -\frac{1}{C_0-2C_1R_2i_S} & -\frac{1}{R_2(C_0-2C_1R_2i_S)} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Delta i_L \\ \Delta u_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_0} \\ -\frac{1}{C_0-2C_1R_2i_S}\frac{i_S}{m u_T} \end{bmatrix}\Delta u_e$$
$$\Delta u_a = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Delta i_L \\ \Delta u_C \end{bmatrix}.$$

c) Bedingungen an die Systemparameter, damit das linearisierte System asymptotisch stabil ist

$$C_0 > 2C_1R_2i_S.$$

Aufgabe 2: Lösungen zu Aufgabe 2

a) Zusammenschaltung von Übertragungsfunktionen

i Übertragungsfunktion $G(s)$ vom Eingang u zum Ausgang y

$$G(s) = \frac{\hat{y}(s)}{\hat{u}(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)}{1 + G_1(s)G_2(s) + G_2(s)G_3(s) + G_3(s)G_4(s) + G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)}.$$

ii Wertebereich von T, damit $G(s)$ BIBO-stabil ist

$$T > 0.$$

b) Zeitdiskrete Systeme

i z-Übertragungsfunktion $G(z)$ vom Eingang u zum Ausgang y

$$G(z) = \frac{1}{z - \frac{1}{2}}.$$

ii Eingeschwungene Lösung

$$(y_k) = 3(1^k) + 2\sin\left(\frac{\pi}{3}k - \frac{\pi}{4}\right).$$

c) Übertragungsfunktion $G(s)$ eines (kausalen) Haltegliedes 1. Ordnung

$$G(s) = \frac{\hat{y}(s)}{\hat{v}(s)} = \frac{1}{s^2 T_a}\left(1 - e^{-sT_a}\right)^2 (1 + sT_a)\,.$$

Aufgabe 3: Lösungen zu Aufgabe 3

a) Die Parameter der Übertragungsfunktion $G(s)$ sind $\rho = 1$, $\beta = 2$, $\omega_b = 10$ sowie $a = 1$.

b) Die Übertragungsfunktion des offenen Kreises $L(s) = V\,G(s)$, wobei $R(s) = V$, erfüllt die Anforderungen von Satz 4.6 (Nyquistkriterium in Frequenz-Linien-Darstellung). Somit ist es erlaubt die Stabilität des geschlossenen Kreises anhand der Phasenreserve zu beurteilen.

c) Der Wertebereich für den P-Regler $R(s) = V$ beträgt $0 < V < 10^{1.2}$.

d) Die bleibende Regelabweichung für die Rampenantwort beträgt $\lim_{t\to\infty}(e(t))|_{r(t)=t\,\sigma(t)} = 1/V$.

e) Ein P-Regler der Form $R(s) = 10^{0.8}$ ist ausreichend, um die Anforderungen zu erfüllen.

Aufgabe 4: Lösungen zu Aufgabe 4

a) Die Eigenwerte und Linkseigenvektoren betragen $\lambda_1 = 1$, $\mathbf{w}_1^{\mathrm{T}} = [0\,0\,1]$, $\lambda_2 = 1 + a$, $\mathbf{w}_2^{\mathrm{T}} = [1\ -a\,0]$ und $\lambda_3 = 1 - a$, $\mathbf{w}_3^{\mathrm{T}} = [1\,a\,0]$.

b) Für $a = a_b = 0$ ist das System nicht vollständig erreichbar.

c) Das duale System lautet

$$\mathbf{A}_D = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -a^2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_D = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}_D^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix},$$

d) Das duale System ist vollständig beobachtbar, da gilt $\mathcal{O}_D = \mathcal{R}^{\mathrm{T}}$.

e) Da für die Eigenwerte gilt $\lambda_{i,D} = \lambda_i$, welche oben schon berechnet wurden, sind sowohl das duale als auch das primale System (egal für welchen Parameter a) instabil.

f) Der Rückführungsvektor lautet $k^{\mathrm{T}} = [13\ -14\,8]$.