Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 31.01.2014

Arbeitszeit: 120 min

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$
erreichbare Punkte	10	10	10	10	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,

... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,

... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,

... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an,

... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich und

... kreuzen Sie hier an, an welchem der folgenden Termine Sie **nicht** zur mündlichen Prüfung antreten können:

☐ Mo., 10.02.2014 ☐ Mi., 12.02.2014

Viel Erfolg!

1. Bearbeiten Sie nachfolgende Teilaufgaben:

   a) Gegeben sind die Systemgleichungen

$$\ddot{z} = -\frac{1}{m}\left(\frac{ku_c^2}{2z^2} - cz\right) \tag{1a}$$

$$\dot{u}_c = \frac{z(u-u_c)}{kR} + \frac{u_c}{z}\dot{z} \tag{1b}$$

   für das in Abbildung 1 dargestellte elektromechanische System. Dabei bezeichnet R den Widerstand, m die Masse der zweiten Kondensatorplatte, c die Federsteifigkeit und k eine Konstante.

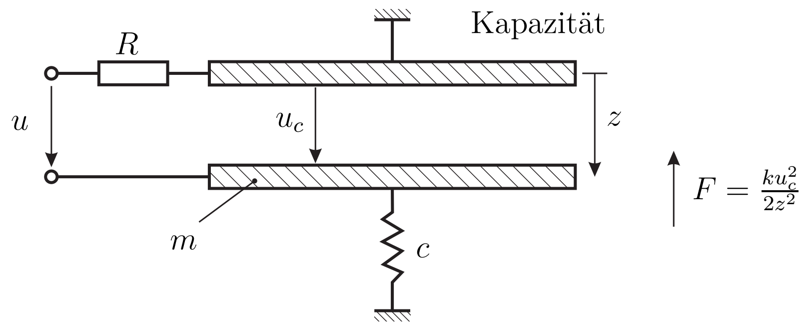

Abbildung 1: Elektromechanisches System.

   - Wählen Sie geeignete Zustandsgrößen und geben Sie für das System (1) das zugehörige System von Differentialgleichungen 1. Ordnung mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße z an. 1 P.|
   - Berechnen Sie die notwendige elektrische Spannung $u = u_0$ um die Platte in der stationären Position $z = z_0$ zu halten. 2 P.|
   - Linearisieren Sie das System um die berechnete Ruhelage und stellen Sie es in der Form 2 P.|

$$\Delta\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u$$
$$\Delta y = \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\Delta\mathbf{x}$$

     dar.

   b) Gegeben ist das folgende zeitkontinuierliche System:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u. \tag{2}$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \tag{3}$$

   - Geben Sie für eine beliebige Abtastzeit T_a das zugehörige zeitdiskrete System in der Form 3 P.|

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{\Phi}\mathbf{x}_k + \mathbf{\Gamma}u_k$$
$$y_k = \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_k$$

     an.
   - Kann durch eine Wahl der Abtastzeit $T_a > 0$ das zeitdiskrete System nicht beobachtbar gemacht werden? 2 P.|

2. Bearbeiten Sie nachfolgende Teilaufgaben:

a) Gegeben ist das in Abbildung 2 dargestellte Übertragungssystem mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y. Für die Übertragungsfunktionen der drei Teilsysteme gelte

$$G_1(s) = \frac{s-2}{s+3}, \qquad G_2(s) = \frac{1}{s-1}, \qquad G_3(s) = \frac{s+\alpha}{s+4},$$

wobei α ein reeller Parameter ist.

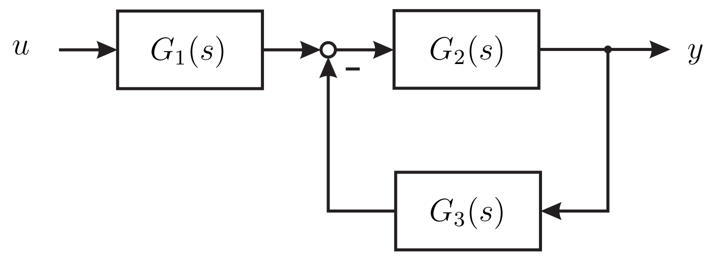

Abbildung 2: Blockschaltbild eines Übertragungssystems.

- Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\hat{y}(s)}{\hat{u}(s)}$ des Gesamtsystems. 2.5 P.|
- Bestimmen Sie den Wertebereich des Parameters α für den $G(s)$ BIBO-stabil ist. 2.5 P.|

b) Gegeben ist die in Abbildung 3 dargestellte Eingangs- und Ausgangsfolge eines linearen zeitinvarianten Abtastsystems.

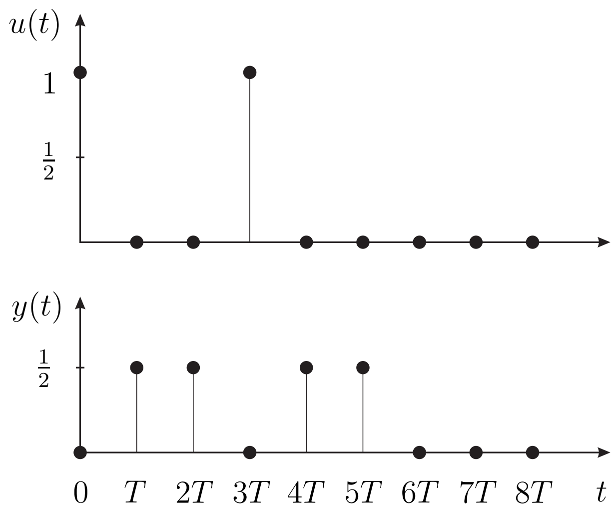

Abbildung 3: Eingangs- und Ausgangsfolge eines linearen zeitinvarianten Abtastsystems.

- Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(z)$ des zugehörigen Abtastsystems. 2 P.|
- Ist das System sprungfähig bzw. BIBO-stabil? 1 P.|
- Bestimmen Sie die Sprungantwort des betrachteten Abtastsystems. 2 P.|

3. Gegenstand der nachfolgenden Teilaufgaben ist der in Abbildung 4 dargestellte Regelkreis.

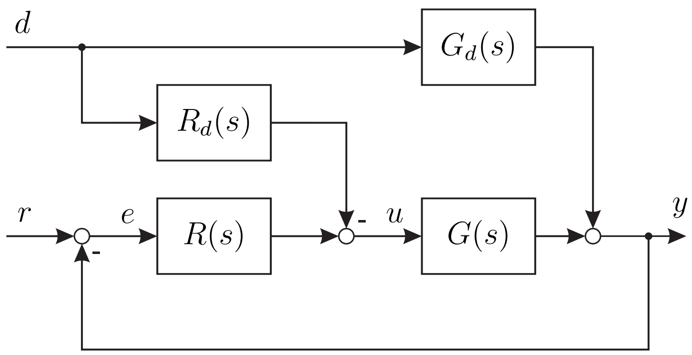

Abbildung 4: Strukturschaltbild des Regelkreises.

Gegeben sind die Übertragungsfunktion der Strecke und die Störübertragungsfunktion:

$$G(s) = \frac{\left(1 + \frac{2-\sqrt{3}}{2}s\right)}{\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{6}s\right)\left(1 + \frac{s}{2}\right)}, \quad G_d(s) = \frac{1}{s^2 + 3s + 7}. \tag{4}$$

Hinweis: Aufgaben a), b) und c) können unabhängig voneinander gelöst werden.

a) Für diese Teilaufgabe wird angenommen, dass keine Störung vorhanden ist und somit $d(t) = 0$ gilt.

   i. Entwerfen Sie für das obige System einen geeigneten Regler $R(s)$ mithilfe des FKL-Verfahrens so, dass der geschlossene Regelkreis die folgenden Eigenschaften erfüllt: 4 P.|

   - Anstiegszeit: $t_r = 0.75s$
   - Überschwingen: $ü = 10\%$
   - Bleibende Regelabweichung: $e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t)|_{r(t)=\sigma(t)} = 0$

   ii. Aufgrund einer Parameteränderung ergibt sich die Übertragungsfunktion der Strecke zu 3 P.|

$$G(s) = \frac{\left(1 + \frac{2-\sqrt{3}}{2}s\right)}{\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{6}s\right)\left(a + \frac{s}{2}\right)}, \tag{5}$$

   wobei $a \in \mathbb{R}$ die Parameteränderung bezeichnet. Für welche Werte von a bleibt der geschlossene Regelkreis mit dem von Ihnen entworfenen Regler stabil?

b) Die Strecke wird nun um ein Totzeitglied erweitert $G(s) \to G(s)e^{-sT_t}$. Welchen Wert darf T_t maximal annehmen, damit der geschlossene Regelkreis mit den Eigenschaften aus Aufgabe a) BIBO-stabil bleibt? 1.5 P.|

c) Es wird angenommen, dass die Störung $d(t)$ messbar ist. Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $R_d(s)$ um eine exakte Störgrößenkompensation für den Ausgang $y(t)$ zu erreichen. 1.5 P.|

4. Gegeben ist das autonome System

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x}, \qquad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \tag{6}$$

mit der Dynamikmatrix

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & -3 \\ 4 & 6 & -5 \end{bmatrix}.$$

Die folgenden Aufgaben können unabhängig voneinander gelöst werden.

a) Ist dieses System asymptotisch stabil? Begründen Sie! 1 P.|

b) Welche Voraussetzung/Eigenschaft muss das um den Eingang $u \in \mathbb{R}$ erweiterte System 2 P.|

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$$

mit $\mathbf{b}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} c & 0 & 1 \end{bmatrix}$ besitzen, um einen Zustandsregler mithilfe der Formel von Ackermann entwerfen zu können? Für welche Werte des Parameters $c \in \mathbb{R}$ ist diese Bedingung NICHT erfüllt?

c) Entwerfen Sie unter der Annahme $c = 1$ einen Zustandsregler mithilfe der Formel von Ackermann so, dass die Eigenwerte bei $\{-1, -2, -3\}$ zu liegen kommen. Wie lautet die Dynamikmatrix des geschlossenen Kreises $\mathbf{A}_g$? 3.5 P.|

d) Wie lautet die reelle Jordan-Form von (6)? Geben Sie die Zustandstransformation 3.5 P.|

$$\mathbf{x} = \mathbf{V}\mathbf{z}$$

an, die das System (6) auf Jordan-Form transformiert.