Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 27.06.2014

Arbeitszeit: 120 min

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$
erreichbare Punkte	12	8	11	9	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,

... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,

... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,

... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an,

... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich und

... kreuzen Sie hier an, an welchem der folgenden Termine Sie zur mündlichen Prüfung antreten könnten: ☐ Di., 08.07.2014 ☐ Mi., 09.07.2014

Viel Erfolg!

1. Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben. 12 P.|

   a) Gegeben ist das nichtlineare, zeitdiskrete System mit dem Eingang u_k und dem Ausgang y_k durch die Differenzengleichung 3. Ordnung der Form 1.5 P.|

   $$x_{k+3} = -3x_{k+2}^2 + 2x_{k+1}^2 - \frac{5}{\pi}\cos\left(\frac{\pi}{2}x_{k+1}\right) + x_k^2 + x_k + 2u_k$$

   und die Ausgangsgleichung

   $$y_k = -\frac{1}{2}x_{k+2} + \left(\sin\left(\frac{\pi}{2}x_k\right)\right)^2 + \frac{1}{\pi}\arccos\left(\frac{2\pi}{5}u_k\right).$$

   Ermitteln Sie für dieses System eine Darstellung in Form eines Systems von Differenzengleichungen 1. Ordnung. Verwenden Sie dazu die Bezeichnungen $x_k = x_{1,k}$, $x_{k+1} = x_{2,k}$, ...

   b) Berechnen Sie sämtliche Ruhelagen des Systems für die $y_r = 1$ gilt. 2.5 P.|
   Hinweis: Die Ruhelagen lassen sich in Form von ganzen Zahlen ausdrücken.

   c) Linearisieren Sie das System um eine allgemeine Ruhelage und bestimmen Sie anschließend die Matrizen $\mathbf{\Phi}$, $\mathbf{\Gamma}$, $\mathbf{c}^{\mathrm{T}}$ und d für jene Ruhelage, bei der $x_r > 0$ gilt. 3 P.|
   Hinweis: Es gilt $\frac{\partial}{\partial x}\arccos(x) = -1/\sqrt{1-x^2}$.

   d) Gegeben ist das charakteristische Polynom eines zeitdiskreten Systems in der Form 5 P.|

   $$2z^3 + kz^2 + kz + 1.$$

   Ermitteln Sie den Wertebereich von k mit Hilfe des Jury-Verfahrens so, dass das zugehörige zeitdiskrete System asymptotisch stabil ist.

2. Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben. 8 P.|

   a) Gegeben ist die zeitdiskrete Übertragungsfunktion 3 P.|

$$G(z) = \frac{y(z)}{u(z)} = \frac{z^2 - 2z\cos(5T_a) + 1}{\left(z - \frac{1}{2}\right)\left(z - \frac{1}{4}\right)^2}$$

   Bestimmen Sie mögliche Werte für ω_0 und φ_0 der Eingangsfolge

$$(u_k) = (3\sin(\omega_0 k T_a + \varphi_0))$$

   so, dass die eingeschwungene Lösung von (y_k) verschwindet.

   b) Gegeben ist das lineare zeitinvariante System der Form 4 P.|

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -4 & 0 & 5 \\ -6 & -5 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x}.$$

   Prüfen Sie mit Hilfe des PBH-Eigenvektortests, ob das System vollständig beobachtbar ist.

   c) Geben Sie eine mögliche **nichttriviale** Wahl ($\mathbf{x}_0 \neq \mathbf{0}$) für den Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(0)$ des Systems aus Aufgabe 2b) so an, dass der Ausgang y für $u = 0$ für alle Zeiten verschwindet, d.h. $y = 0$ gilt. Begründen Sie Ihre Wahl! 1 P.|

3. Die Übertragungsfunktionen des in Abbildung 1 dargestellten Regelkreises lauten 11 P.|

$$G(s) = \frac{1}{10s}, \qquad R(s) = \frac{10\,(2s+1)}{s}, \qquad F(s) = \frac{10s}{s+1}.$$

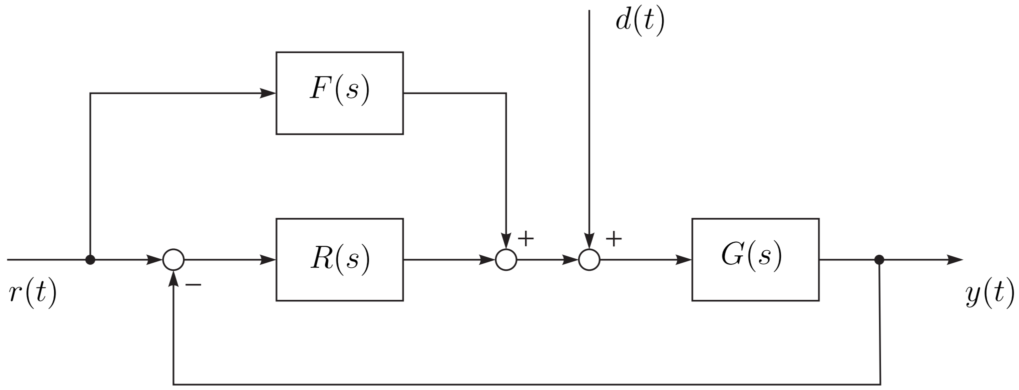

Abbildung 1: Regelkreis.

a) Geben Sie die Führungsübertragungsfunktion $T_{r,y}(s)$ an. 2 P.|

b) Geben Sie die Störübertragungsfunktion $T_{d,y}(s)$ an. 1.5 P.|

c) Zeichnen Sie das Bode-Diagramm der Störübertragungsfunktion $T_{d,y}(s)$ in der beiliegenden Vorlage ein. 2.5 P.|

d) Für den Eingang $r(t) = (1 - e^{-t})\,\sigma(t)$ und eine Störung $d(t)$ lautet die Systemanwort 5 P.|

$$y(t) = \sigma(t) + e^{-t}\left(-\frac{1}{6}t^3 + t^2 - \frac{9}{10}t - 1\right)\sigma(t).$$

Berechnen Sie die Störung $d(t)$.

4. Bearbeiten Sie folgende Teilaufgaben. 9 P.|

a) Ein durch die s-Übertragungsfunktion 4 P.|

$$G(s) = \frac{2s}{s^2 - 6s + 13}. \tag{1}$$

gegebenes zeitkontinuierliches System wird mit der Abtastzeit T_a diskretisiert. Berechnen Sie die z-Übertragungsfunktion $G(z)$ des zugehörigen Abtastsystems und deren Polstellen.

b) Schreiben Sie die Übertragungsfunktion (1) in Zustandsdarstellung an. 1 P.|

c) Für das Differenzengleichungssystem 2 P.|

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_k \\ y_k &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k \end{aligned} \tag{2}$$

ist ein Zustandsregler durch das Regelgesetz

$$u_k = \begin{bmatrix} -7.75 & -4 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + r_k$$

gegeben. Berechnen Sie die Eigenwerte der Dynamikmatrix Φ_g des geschlossenen Regelkreises.

d) Wird das System (2) um einen Integrator erweitert, kann ein PI-Zustandsregler mit dem Regelgesetz 2 P.|

$$u_k = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_x^T & k_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ x_{I,k} \end{bmatrix} + k_P \left(r_k - \mathbf{c}^T \mathbf{x}_k \right)$$

angegeben werden. Bestimmen Sie die Dynamikmatrix des geschlossenen Regelkreises.

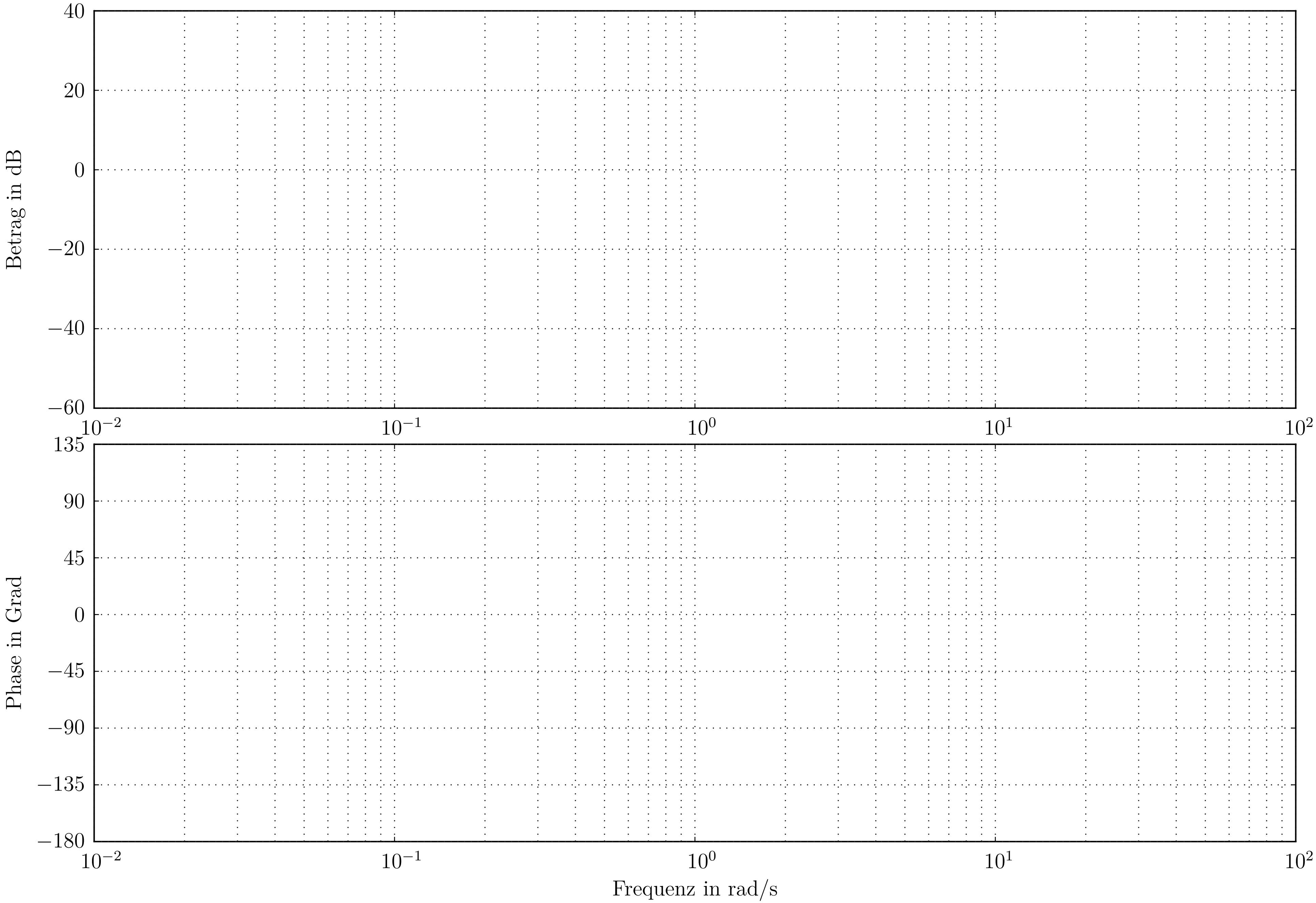

Abbildung 2: Vorlage Bode-Diagramm zu Aufgabe 3