Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik
Übung 3
VU Automatisierungstechnik - WS13/14

Beispiel 10: Gegeben sind die beiden linearen zeitkontinuierlichen Systeme

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = \begin{bmatrix} -3 & 2 & -2 \\ -6 & 0 & 5 \\ -6 & 2 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x}_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u_1 \tag{1a}$$

$$y_1 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_1 \tag{1b}$$

und

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = \begin{bmatrix} 8 & -15 \\ 6 & -10 \end{bmatrix} \mathbf{x}_2 + \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} u_2 \tag{2a}$$

$$y_2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_2 + 4u_2. \tag{2b}$$

Berechnen Sie die zugehörigen Übertragungsfunktionen $G_1(s) = \hat{y}_1(s)/\hat{u}_1(s)$ und $G_2(s) = \hat{y}_2(s)/\hat{u}_2(s)$. Analysieren Sie die BIBO-Stabilität sowie die Sprungfähigkeit der beiden Übertragungsfunktionen. Vergleichen Sie die BIBO-Stabilität mit der asymptotischen Stabilität der obigen Systeme für $u_1 = 0$ bzw. $u_2 = 0$.
Hinweis: Verwenden Sie zur Berechnung der notwendigen inversen Matrizen die adjunkte Matrix. Beachten Sie, dass nicht alle Einträge dieser Matrix zur Berechnung der Übertragungsfunktion notwendig sind.

Beispiel 11: Gegeben sei ein lineares, zeitinvariantes System beschrieben durch die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{7s^2 + 29s + 320}{s^2 + 4s + 29}. \tag{3}$$

Berechnen Sie die Impulsantwort $g(t)$ des Systems (3) mit Hilfe der Laplace-Transformation.

Beispiel 12: Berechnen Sie die Realisierung der Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{s^4 + 5s^2 + 3s}{(1-s)(5+2s)(s^2+2s+3)}$$

in zweiter Standardform.

Beispiel 13: Gegeben ist die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{\hat{y}(s)}{\hat{u}(s)} = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}s - 1\right)(s-1)}{(s^2+s+2)(s+1)}.$$

Berechnen Sie die eingeschwungene Lösung für die Eingangsgröße

$$u(t) = 5\cos\left(t - \frac{\pi}{3}\right) + \frac{13}{(t+5)^3} + 2.$$

Beispiel 14: Gegeben ist das Strukturschaltbild eines Regelkreises mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s)$ bis $G_5(s)$. Berechnen Sie für diesen Regelkreis die Übertragungsfunktionen von den Eingängen u_1 und u_2 auf jeden der beiden Ausgänge y_1 und y_2. Nehmen Sie dazu vorerst an, dass $G_5(s) = 0$ gilt und dass u_2 eine externe Eingangsgröße darstellt.
Im zweiten Schritt wird angenommen, dass u_1 eine messbare Störung darstellt. Bestimmen Sie ausgehend von den obigen Ergebnissen die Übertragungsfunktion $G_5(s)$ so, dass der Einfluss von u_1 auf den Ausgang y_1 mit Hilfe der Eingangsgröße $u_2 = G_5(s)u_1$ exakt kompensiert wird.

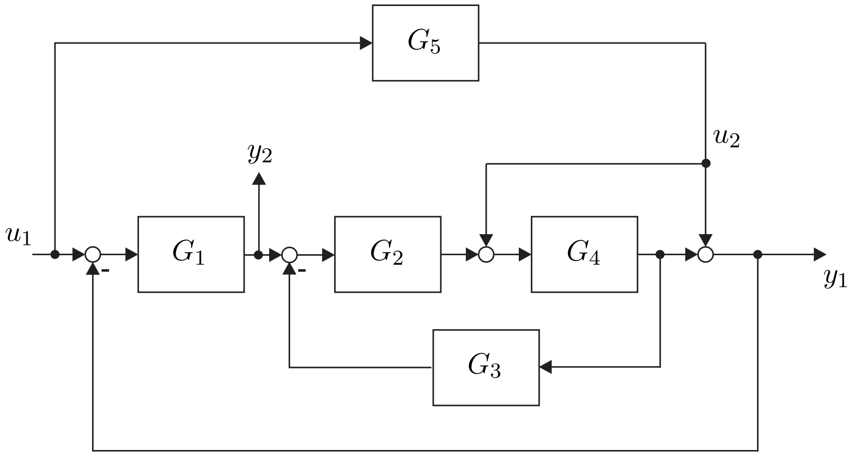


Abbildung 1: Regelkreis.

Beispiel 15: Gegeben ist die Übertragungsfunktion $G(s)$ eines linearen, zeitinvarianten, kontinuierlichen Systems anhand deren Pol- und Nullstellendiagramm in Abbildung 2. Geben Sie die

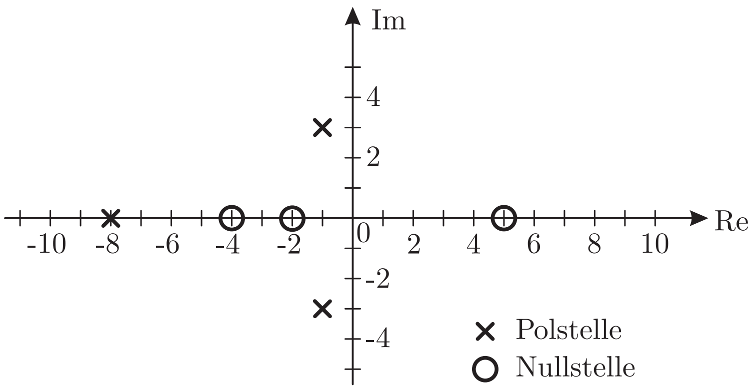


Abbildung 2: Pol- und Nullstellendiagramm.

Übertragungsfunktion $G(s)$ so an, dass die stationäre Verstärkung der Übertragungsfunktion $V = 25$ beträgt.

- Ist die Strecke BIBO-stabil?
- Ist die Strecke sprungfähig?
- Ist die Strecke phasenminimal?

Beispiel 16: Gegeben ist der Regelkreis nach Abbildung 3. Bestimmen Sie zunächst k so, dass

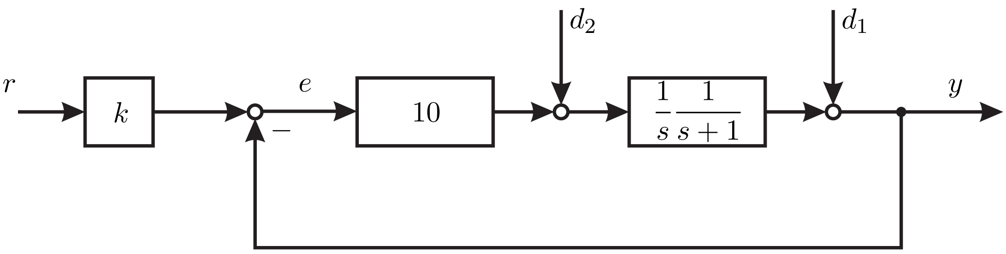


Abbildung 3: Regelkreis 2.

der Regelfehler e für $d_1 = d_2 = 0$ und $r = \sigma(t)$ verschwindet. Berechnen Sie dann die bleibende Regelabweichung bei $r = 0$ für die Fälle

1. $d_1 = 0$, $d_2 = \sigma(t)$,
2. $d_1 = \sigma(t)$, $d_2 = 0$ und
3. $d_1 = t$, $d_2 = 0$.

Beispiel 17: Gegeben ist die Übertragungsfunktion

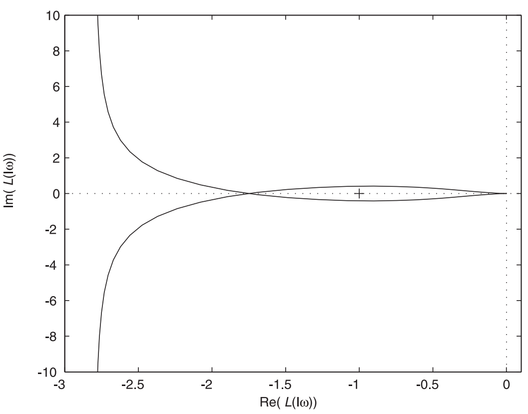
$$G(s) = -\frac{1}{50}\frac{s^2 + 99s - 100}{(s^2 - 4s + 100)(s + 0.1)} \ .$$

Skizzieren Sie das Bodediagramm dieser Übertragungsfunktion. Bringen Sie dazu $G(s)$ in normierte Form und zeichnen Sie zunächst die Asymptoten der Teilübertragungsfunktionen. Bestimmen Sie anhand Ihrer Skizze näherungsweise den Betrag und die Phase bei $\omega_1 = 10$ 1/s und bei $\omega_2 = 10^3$ 1/s. Vergleichen Sie die erhaltenen Werte mit numerisch (MATLAB, Taschenrechner) berechneten Werten.

Beispiel 18: Gegeben sind zwei Standardregelkreise mit den Übertragungsfunktionen der offenen Kreise

$$L_1(s) = \frac{1 + 2s}{s(s - 1)(1 + 0.2s)} \quad \text{bzw.} \quad L_2(s) = \frac{1 + 2s}{s(s^2 - 1)(1 + 0.2s)} \ .$$

Die Abbildungen 4 a) bzw. b) zeigen die Ortskurven der offenen Regelkreise. Kennzeichnen Sie in

a) 

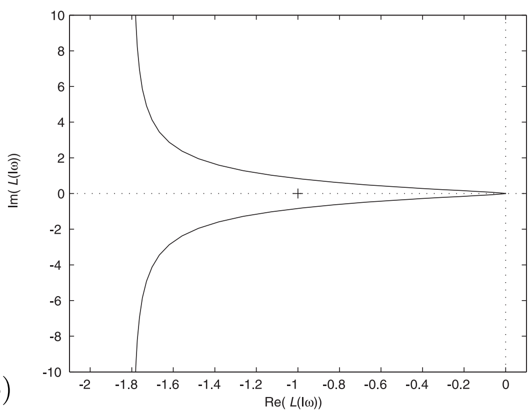
b) 

Abbildung 4: Ortskurven.

den Ortskurven die Punkte $\omega = \pm 0$, $\omega = \pm\infty$ und den Durchlaufsinn. Beurteilen Sie die Stabilität der geschlossenen Regelkreise anhand des Nyquist-Kriteriums.