

Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik
 Übung 3 — Lösungen
 VU Automatisierungstechnik - WS13/14

Beispiel 10: Die Übertragungsfunktionen errechnen sich zu

$$G_1(s) = \frac{4}{(s+3)(s+2)} \quad (1)$$

und

$$G_2(s) = \frac{4s^2 + 10s - 60}{s^2 + 2s + 10}. \quad (2)$$

Die Übertragungsfunktion $G_1(s)$ ist (i) BIBO-stabil (alle Pole in der linken offenen s -Halbebene) und (ii) nicht sprungfähig (Nennergrad ist größer als der Zählergrad). Das autonome System mit $u_1 = 0$ ist nicht asymptotisch stabil.

Die Übertragungsfunktion $G_2(s)$ ist (i) BIBO-stabil (alle Pole in der linken offenen s -Halbebene) und (ii) sprungfähig (Nennergrad ist gleich dem Zählergrad). Das autonome System mit $u_2 = 0$ ist asymptotisch stabil.

Beispiel 11: Die Impulsantwort berechnet sich zu

$$g(t) = 7\delta(t) + e^{-2t} (\cos(5t) + 23 \sin(5t)). \quad (3)$$

Beispiel 12: Die Realisierung ergibt sich zu

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{15}{2} \\ 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{7}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{7}{2} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} -\frac{15}{4} \\ -\frac{7}{4} \\ -\frac{3}{4} \\ \frac{7}{4} \end{bmatrix} u \quad (4)$$

$$y = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1] \mathbf{x} - \frac{1}{2}u. \quad (5)$$

Beispiel 13: Die eingeschwungene Lösung lautet

$$y(t) = 5\sqrt{\frac{2}{3}} \cos\left(t - \frac{\pi}{3} - \frac{11}{12}\pi\right) + 1. \quad (6)$$

Beispiel 14:

Es gilt

$$y_1 = \underbrace{\frac{G_1 G_2 G_4}{1 + G_2(G_1 + G_3)G_4}}_{=T_{u_1, y_1}} u_1 + \underbrace{\frac{1 + G_4(1 + G_2 G_3)}{1 + G_2(G_1 + G_3)G_4}}_{=T_{u_2, y_1}} u_2 \quad (7)$$

$$y_2 = \underbrace{\frac{G_1(1 + G_2 G_3 G_4)}{1 + G_2(G_1 + G_3)G_4}}_{=T_{u_1, y_2}} u_1 + \underbrace{\frac{-G_1(1 + G_4 + G_2 G_3 G_4)}{1 + G_2(G_1 + G_3)G_4}}_{=T_{u_2, y_2}} u_2. \quad (8)$$

Es muss

$$G_1 G_2 G_4 + G_5(1 + G_4(1 + G_2 G_3)) = 0$$

gelten. Damit folgt

$$G_5 = -\frac{G_1 G_2 G_4}{1 + G_4(1 + G_2 G_3)}.$$

Beispiel 15: Die Übertragungsfunktion ergibt sich zu

$$G(s) = -25 \frac{\left(\frac{s}{5} - 1\right) \left(\frac{s}{2} + 1\right) \left(\frac{s}{4} + 1\right)}{\left(\frac{s}{8} + 1\right) \left(\frac{s^2}{10} + \frac{2s}{10} + 1\right)}.$$

Wie anhand der Pole und Nullstellen abgelesen werden kann, ist diese Strecke BIBO-stabil, sprunghfähig und *nicht* phasenminimal.

Beispiel 16: In der angegebenen Konfiguration kann k beliebig gewählt werden, damit der stationäre Regelfehler e_∞ für $r(t) = \sigma(t)$ verschwindet. Für die zu betrachtenden Fälle ergibt sich

1. $e_\infty|_{d_1=0, d_2=\sigma(t)} = -\frac{1}{10}$
2. $e_\infty|_{d_1=\sigma(t), d_2=0} = 0$
3. $e_\infty|_{d_1=t, d_2=0} = -\frac{1}{10}$.

Beispiel 17: Die gegebene Übertragungsfunktion ergibt sich in normierter Form zu

$$G(s) = \underbrace{\frac{1}{5}}_V \underbrace{\left(\frac{s}{100} + 1\right)}_{G_1} \underbrace{(-s + 1)}_{G_2} \underbrace{\frac{1}{\left(\frac{s^2}{10^2} + 2 \cdot (-0.2) \frac{s}{10} + 1\right)}}_{G_3} \underbrace{\frac{1}{\left(\frac{s}{0.1} + 1\right)}}_{G_4}.$$

Das Bodediagramm, wie es in Abbildung 2 dargestellt ist, kann dann durch Summation der Betrags- und Phasengänge der Teilübertragungsfunktionen konstruiert werden.

Beispiel 18: Die Lage der Punkte $\omega = \pm 0$, $\omega = \pm\infty$ und damit auch der Durchlaufsin, wie in den Abbildungen 1 dargestellt, kann z. B. anhand der (Grenzwerte der) Beträge und der Phasen der Übertragungsfunktionen $L_1(s)$ und $L_2(s)$ ermittelt werden. Nach dem Nyquist-Kriterium muss für

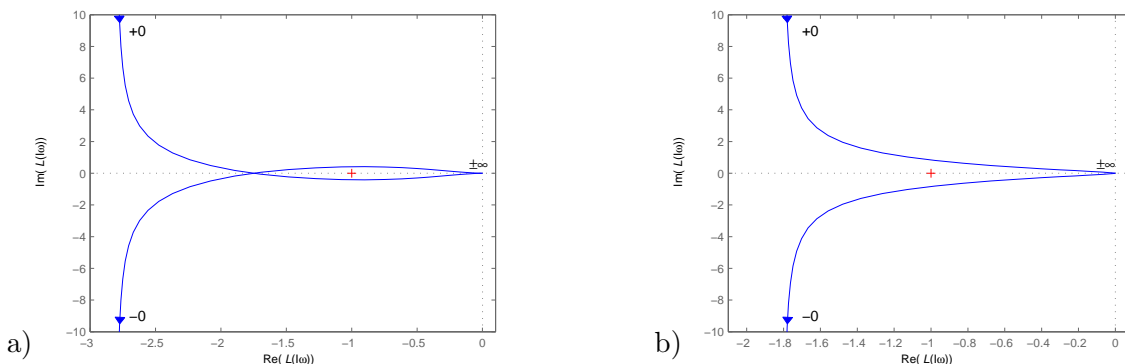


Abbildung 1: Ortskurven.

die stetige Winkeländerung $\Delta \arg(1 + L_1(I\omega)) = 3\pi$ bzw. $\Delta \arg(1 + L_2(I\omega)) = 3\pi$ gelten. Dies ist nur im Fall von $1 + L_1(I\omega)$ erfüllt, die stetige Winkeländerung von $1 + L_2(I\omega)$ beträgt dagegen $-\pi$. Damit ist nur der geschlossene Regelkreis zu $L_1(s)$ BIBO-stabil.

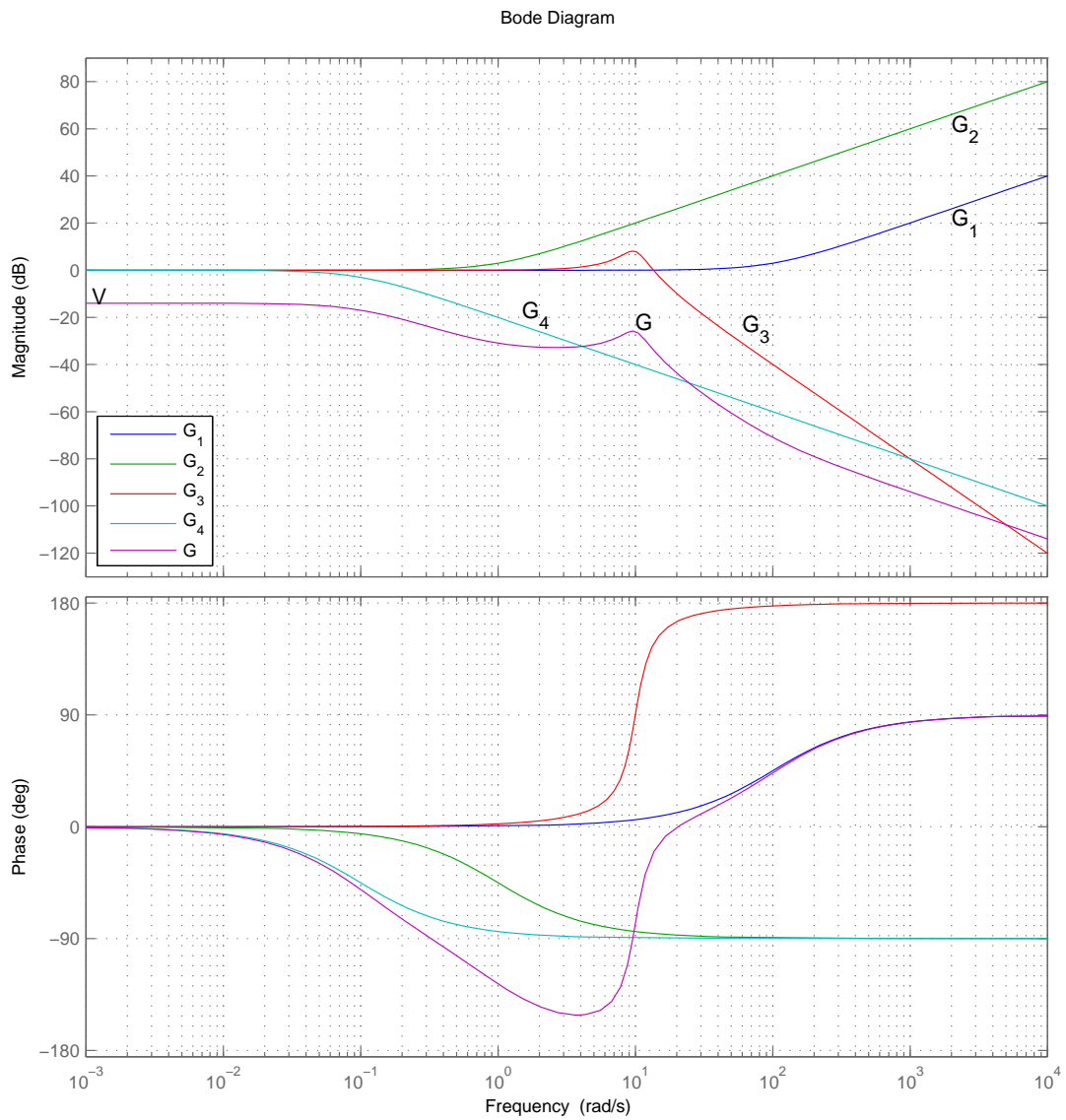


Abbildung 2: Bodediagramm zu Beispiel 18.