

Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik
 Übung 5 — Lösungen
 VU Automatisierung - WS13/14

Beispiel 22: Die Dynamikmatrix Φ und der Eingangsvektor Γ des Abtastsystems berechnen sich zu

$$\Phi = \begin{bmatrix} (1 + T_a) \exp(-T_a) & T_a \exp(-T_a) \\ -T_a \exp(-T_a) & (1 - T_a) \exp(-T_a) \end{bmatrix}, \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 1 - (1 + T_a) \exp(-T_a) \\ T_a \exp(-T_a) \end{bmatrix}.$$

Beispiel 23: Die z -Übertragungsfunktion ergibt sich zu

$$G(z) = k_p + \frac{k_I T_a}{z - 1} + \frac{k_d}{T_a} \frac{z - 1}{z}$$

und die Sprungantwort des PID-Reglers lautet

$$(u_k) = k_p(1^k) + k_I(kT_a) + \frac{k_d}{T_a} \delta_k.$$

Beispiel 24: Die z -Übertragungsfunktion zu der gegebenen s -Übertragungsfunktion $G(s)$ berechnet sich zu

$$G(z) = \frac{z - 1}{z} \mathbf{Z} \left(\frac{G(s)}{s} \right) = -3 + \frac{9}{5} \frac{z - 1}{z - \exp(4T_a)} + \frac{6}{5} \frac{z - 1}{z - \exp(-T_a)}.$$

Beispiel 25: Die Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises mit einem P-Regler mit der Verstärkung $k_p = 1$ und mit der Abtastzeit $T_a = \ln(3/2)$ berechnet sich zu

$$T_{r,y}(z) = \frac{k_p G(z)}{1 + k_p G(z)} = \frac{3}{2} \frac{553z - 228}{120z^2 + 142z + 63}.$$

Für die Bestätigung der BIBO-Stabilität muss überprüft werden, ob das Nennerpolynom $120z^2 + 142z + 63$ ein Einheitskreispolynom ist. Die Tabelle für das Verfahren von Jury lautet:

z^2	120	142	63	
	63	142	120	$\lambda_2 = \frac{63}{120}$
z^1	$120 - \frac{63^2}{120}$	$142(1 - \frac{63}{120})$	0	
	$142(1 - \frac{63}{120})$	$120 - \frac{63^2}{120}$	0	$\lambda_1 = \frac{142(1 - \frac{63}{120})}{120(1 - (\frac{63}{120})^2)}$
z^0	$120 - \frac{63^2}{120} - \frac{142^2(1 - \frac{63}{120})}{120(1 + (\frac{63}{120})^2)} = \frac{50635}{1464}$			

Da alle Elemente der ersten Spalte positiv sind, ist das Nennerpolynom der Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises ein Einheitskreispolynom. Die Ausgangsfolge (y_k) zufolge der gegebenen Folge der Referenzgröße $(r_k) = \sin(\underbrace{\omega_0 T_a}_{=1} k + 35^\circ) + 3(1^k)$ ergibt sich zu

$$\begin{aligned}
 (y_k) &= \left| T_{r,y}(\exp(\underbrace{\omega_0 T_a}_{=1} I)) \right| \sin\left(k + 35^\circ + \arg(T_{r,y}(\exp(\underbrace{\omega_0 T_a}_{=1} I)))\right) + 3 \lim_{z \rightarrow 1} (z - 1) T_{r,y}(z) \frac{z}{z - 1} \\
 & \approx 2.875 \sin(k + 35^\circ + 12.793^\circ) + \frac{9}{2}.
 \end{aligned}$$

Beispiel 26:

Die z -Übertragungsfunktion lautet

$$G(z) = 20 - 10 \frac{T_a}{z-1} - 20 \frac{(z-1) \left(z - e^{-\frac{1}{2}T_a} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}T_a\right) \right)}{z^2 - 2ze^{-\frac{1}{2}T_a} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}T_a\right) + e^{-T_a}}$$

bzw. mit $T_a = 1$ s eingesetzt

$$G(z) = \frac{2.1z^2 - 4.8z - 3.177}{z^3 - 1.8z^2 + 1.2z - 0.37}$$

Die q -Übertragungsfunktion berechnet sich zu

$$G^\#(q) = \frac{-0.87q^3 - 3.2q^2 + 15.3q - 10.8}{q(q^2 + 1.2q + 1.1)}$$