Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Modellbildung
am 27.09.2013

Arbeitszeit: 120 min

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:

Aufgabe	1	2	3	$\sum$
erreichbare Punkte	9	8	15	32
erreichte Punkte				

Bitte ...

... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,

... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,

... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,

... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an und

... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich.

Viel Erfolg!

1. Betrachten Sie den drehbar gelagerten Balken aus Abbildung 1. 9 P.|

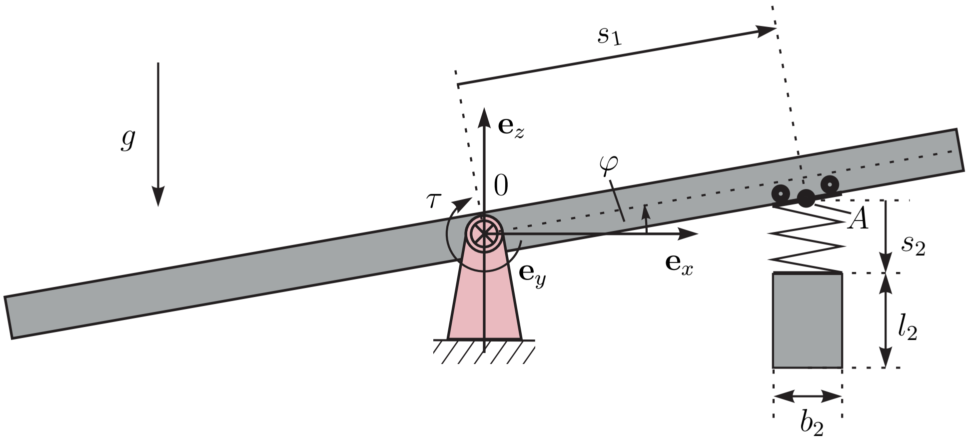

Abbildung 1: Drehbar gelagerter Balken.

Der dargestellte Balken mit dem Trägheitsmoment $\Theta_{yy}^{(0)}$ ist in seinem Schwerpunkt drehbar gelagert und kann mit dem externen Moment τ gedreht werden. Auf dem Balken ist ein Wagen montiert, der sich entlang des Balkens bewegen kann. Die Entfernung vom Schwerpunkt des Balkens sei s_1. An dem Wagen ist im Punkt A ein Starrkörper mit der Masse m_2, der Länge l_2 und der Breite b_2 aufgehängt. Die Distanz zwischen Balken und Starrkörper sei s_2. Die Feder, an der der Starrkörper aufgehängt ist, besitzt die entspannte Länge s_{20} und ist so konstruiert, dass sich der Starrkörper nicht drehen kann.

a) Stellen Sie die Ortsvektoren zum Aufhängpunkt A des Starrkörpers sowie zu dessen Schwerpunkt im Koordinatensystem $(0xyz)$ auf. Die Dicke des Balkens kann hierfür vernachlässigt werden. 2 P.|

b) Stellen Sie die kinetische und potentielle Energie des Gesamtsystems auf. 4 P.|

c) Geben Sie allgemein die Bewegungsgleichungen des Systems in Form der Euler-Lagrange Gleichungen an. Werten Sie anschließend die Bewegungsgleichung für den Winkel φ aus. 3 P.|

2. Ein moderner Design-Heizkörper der Länge L (siehe Abb. 2) wird in einem Esszimmer an der Wand montiert. Er besteht hauptsächlich aus der Schicht b (Dicke d_b, Wärmeleitfähigkeit λ_b), auf die die Schicht a (Dicke d_a, Wärmeleitfähigkeit λ_a) aufgebracht wurde, um die Strahlungseigenschaften des Heizkörpers zu verbessern. 8 P.|

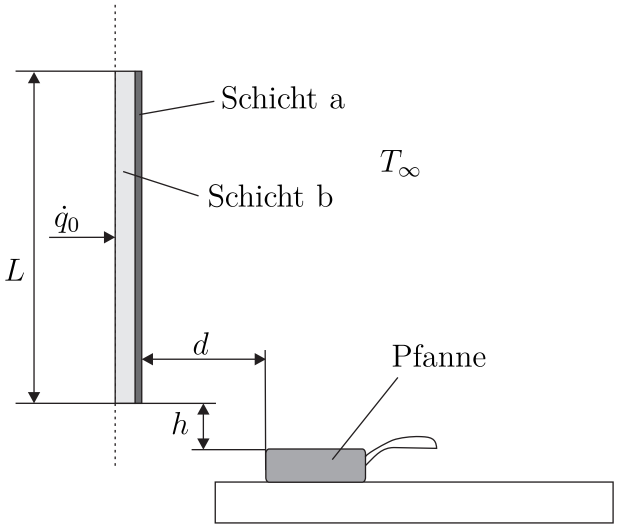

Abbildung 2: Esszimmer.

a) Leiten Sie die stationäre Wärmestromdichte $\dot{q}$ durch den Heizkörper als Funktion der Temperaturen T_a und T_b an der Vorder- bzw. an der Rückseite des Heizkörpers her. 2 P.|

b) Der Heizkörper wird mit einer konstanten Wärmestromdichte $\dot{q}_0$ elektrisch geheizt und gibt seine Wärme durch Strahlung und Konvektion (Wärmeübergangskoeffizient α) in den Raum mit der gleichmäßigen Umgebungstemperatur T_∞ ab. Geben Sie eine Bestimmungsgleichung für die Oberflächentemperatur T_a des Heizkörpers im stationären Fall an. Welche Form der Konvektion tritt hier auf? Nennen Sie eine Kenngröße, von der der Wärmeübergangskoeffizient α abhängig ist. 2 P.|

c) Auf den Tisch unterhalb des Heizkörpers wird eine Pfanne (Durchmesser d_p, homogene Temperatur T_p) gestellt. Berechnen Sie die Nettowärmestromdichte in die Pfanne. Nehmen Sie dazu an, dass der Tisch die gleiche Temperatur wie die Umgebung hat, und vernachlässigen Sie die Konvektion. Aufgrund der speziellen Strahlungseigenschaften der Schicht a kann die Emissivität des Heizkörpers zu $\varepsilon_h = 1$ angenommen werden. Die Emissivität der Umgebung beträgt ebenfalls $\varepsilon_\infty = 1$. 4 P.|
Hinweis: Die Nettowärmestromdichten können mit der Formel
$\dot{\mathbf{q}} = \mathrm{diag}\{\varepsilon\}\,(\mathbf{E} - \mathbf{F}\,(\mathbf{E} - \mathrm{diag}\{\varepsilon\}))^{-1}\,(\mathbf{E} - \mathbf{F})\,\sigma\mathbf{T}^4$
berechnet werden. Berücksichtigen Sie dabei geschickt die Eigenschaften der Sichtfaktoren im hier betrachteten zweidimensionalen Fall. Der Sichtfaktor F_{hp} kann als bekannt angenommen werden.

3. Betrachten Sie das in Abbildung 3 dargestellte mechanische System. Der Rahmen (homogene Dichte ρ, Masse m_r, Dicke d, Breite b) ist im Punkt A drehbar gelagert und am linken Ende durch eine Feder der Steifigkeit c mit dem Boden verbunden. Die Feder ist für $\varphi = 0$ entspannt. Auf dem Rahmen ist die Masse m_m im Abstand l_m vom mittleren Steg befestigt. 15 P.|

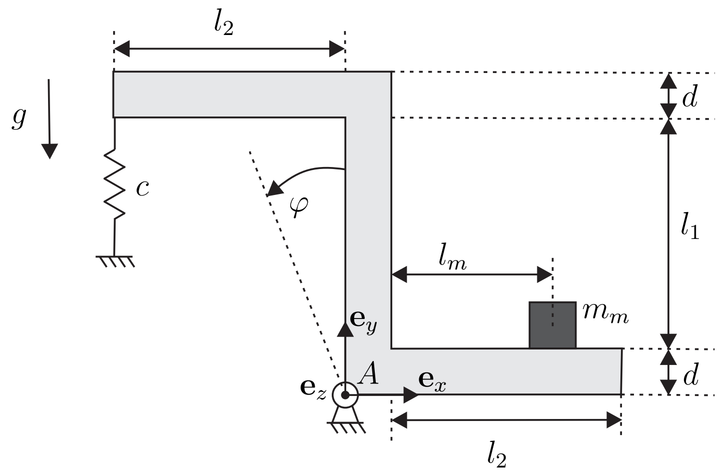

Abbildung 3: Mechanisches System.

a) Berechnen Sie den Gesamtschwerpunkt S des Systems als Funktion des Winkels φ. Betrachten Sie dabei die Masse als Punktmasse auf dem Rahmen. 3 P.|

b) Berechnen Sie das Trägheitsmoment $\Theta_{zz}^{(A)}$ des Systems bezüglich A. 3 P.|

c) Geben Sie den Drallsatz bezüglich des Punktes A an. 1 P.|

Das zuvor betrachtete mechanische System wird um eine hydraulische Aktorik, wie in Abbildung 4 dargestellt, erweitert. Hierbei ist die untere Kammer des hydraulischen Zylinders (Auslenkung l_Z des Kolbens) durch ein Rohr mit der Höhe l_R an einen Wasserbehälter mit der Grundfläche A_B angeschlossen. Das Wasser hat die konstante Dichte ρ sowie das Volumen $\mathcal{V}$. Der Umgebungsdruck p_0 an der Oberfläche sei konstant. Der Wasserstand in dem Behälter hat die Höhe h und kann durch den Zufluss q_1 und den Abfluss q_2 beeinflusst werden. Die obere Kammer des Zylinders ist an einen Tank mit konstantem Druck p_T angeschlossen. Die Kolbenflächen des Zylinders seien A_1 für die obere und A_2 für die untere Fläche.

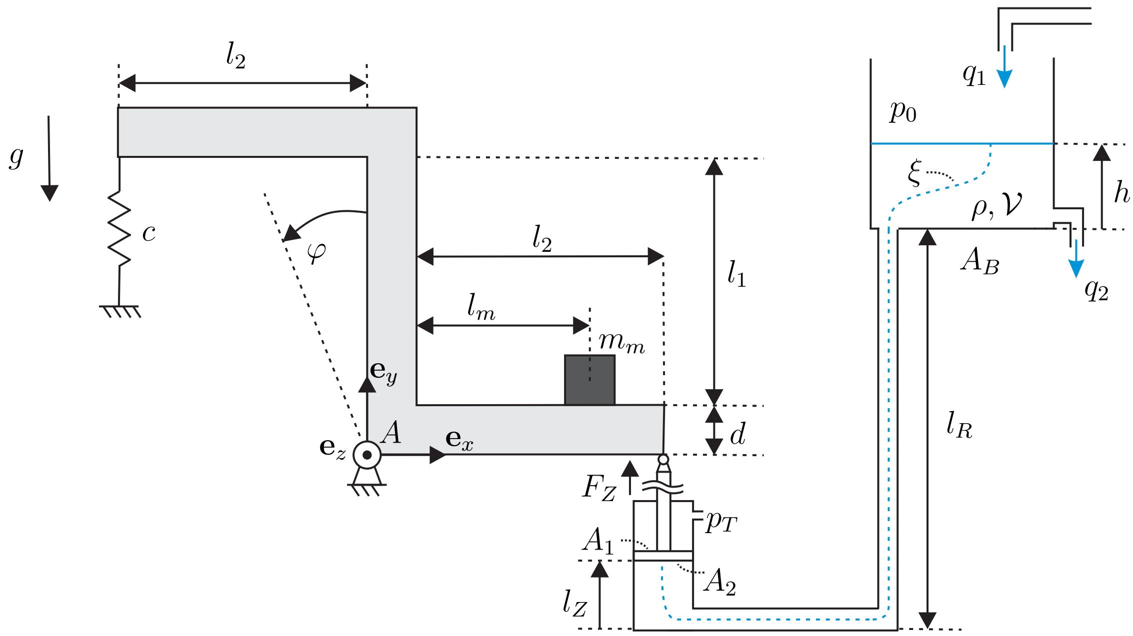

Abbildung 4: Mechanisches System mit hydraulischer Aktorik.

d) Schreiben Sie die Massenerhaltung der Flüssigkeit im Behälter für ein Ausgangsvolumen V_0 bei der Wasserhöhe h_0 sowie die Bernoulli-Gleichung 3 P.|

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial \xi}v^2 + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial \xi} + g\frac{\partial z}{\partial \xi} = 0 \tag{1}$$

entlang der Strömungslinie ξ an. Nehmen Sie hierfür eine stationäre Strömung an.

e) Berechnen Sie die benötigte Wasserhöhe h, bei der der Zylinder den Mechanismus durch Aufbringen der Kraft $F_Z = F_G$ mit der Zylinderauslenkung $l_Z = l_{Z0}$ im Gleichgewicht hält. 3 P.|

f) Der Mechanismus wird durch Aufbringen eines externen Drehmoments um die $\mathbf{e}_z$-Achse mit $\dot{\varphi} = \omega_0$ gedreht. Welcher Zufluss q_1 muss sich für kleine Winkel φ mit dem Abfluss $q_2 = 0$ einstellen, um die Kraft $F_Z = F_G$ konstant zu halten. 2 P.|