

1.) Im folgenden Beispiel soll die Hinteraufederung eines Mountainbikes, dargestellt in Abbildung 1, untersucht werden. Für das Fahrrad mit dem Radstand L ergibt sich ohne Fahrer der Schwerpunkt SP_{Rad} . Mit Fahrer wandert der Schwerpunkt zu SP_{ges} . Der Hinterbau ist als Eingelenker ausgeführt, dies bedeutet, dass das Hinterrad samt Hinterbau um ein zentrales Schwingenlager SL drehbar gelagert ist. Die Abbildungen 1 und 2 zeigen das Fahrrad und dessen Abmessungen mit einer Belastung durch den Fahrer. Dabei bezeichnet l_2 den horizontalen und l_4 den vertikalen Abstand zwischen Hinterradachse und dem Drehpunkt SL . Die Länge l_3 entspricht den effektiven Schwingenhebel, über welchem die Kraft f_d auf den Dämpfer einwirken kann. Die Länge l_1 gibt die horizontale Lage des Radschwerpunkts SP_{rad} an.

Der Hinterbau wird bei der Fahrt von einem Luftfederelement, welches vereinfacht als reibungsfreier Differentialzylinder angesehen werden kann, am Boden gehalten. Die Grundeinstellung für die Hinteraufederung ist über den Druck in der Kammer K_1 einzustellen. Die Kammer K_2 ist mit dem Druck p_2 vorgespannt. Der Kolben selbst weist dabei den Durchmesser d_K auf. Die Kolbenstange mit dem Durchmesser d_{KS} ist so wie auch das Gehäuse drehbar gelagert womit Querkräfte auf den Dämpfer vernachlässigt werden können. Die Einbaulage des Zylinders wird mit dem Winkel γ beschrieben.

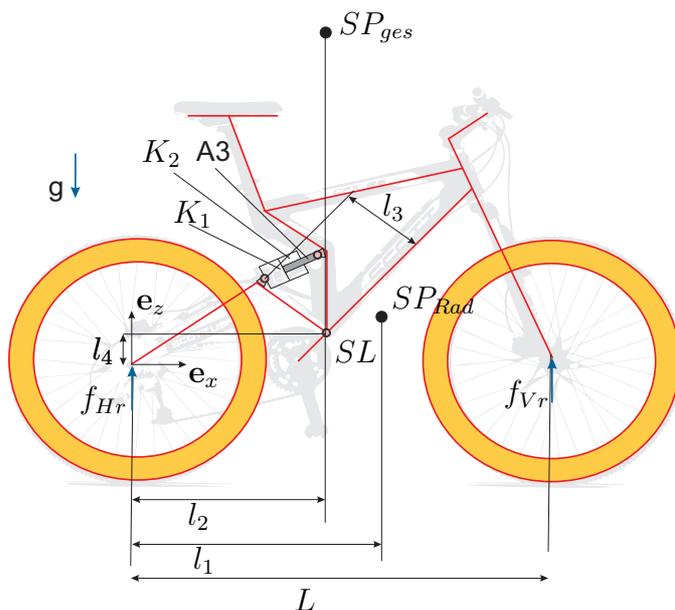


Abbildung 1: Fahrrad mit Hinterradfederung.

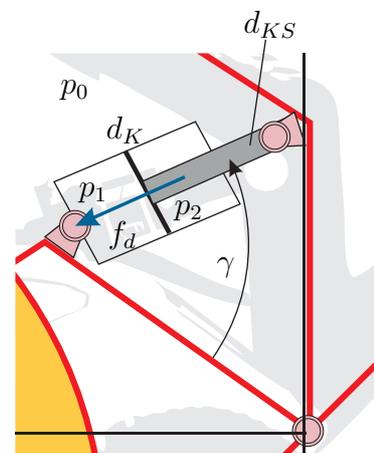


Abbildung 2: Hinterbau.

Lösen Sie die nachfolgenden Teilaufgaben:

1. Berechnen Sie die auf die Radnaben wirkenden Kräfte f_{Vr} und f_{Hr} ohne Fahrer sowie mit Fahrer. Beachten Sie, dass der Schwerpunkt SP_{ges} im Lot des Schwingenlagers liegt.
2. Berechnen Sie die im stationären Zustand auf das Federelement wirkende Kraft f_d als Funktion von f_{Hr} .
3. Berechnen Sie den notwendigen Druck p_1 in der Kammer K_1 um die Kraft f_d aufzubringen.

4. Die Kompression des Dämpfers beim Aufsitzen des Fahrers kann als adiabatische Zustandsänderung interpretiert werden. Der sogenannte Negativfederweg, welcher das Einfedern durch die Belastung durch den Fahrer beschreibt, sollte etwa 20% betragen. Der Dämpfer wird mit Luft befüllt. Welcher Druck $p_{1,u}$ muss im unbelasteten Fall in der Kammer 1 herrschen um diese Vorgabe einzuhalten.

Lösungen

1. Rad+Fahrer: $f_{V_r} = \frac{l_2}{L} g m_{ges}, f_{H_r} = \frac{L - l_2}{L} g m_{ges}, \quad m_{ges} = m_{rad} + m_{Fahrer}$

Rad: $f_{V_r} = \frac{l_1}{L} g m_{rad}, f_{H_r} = \frac{L - l_1}{L} g m_{rad}$

2. Momentengleichgewicht: $f_d \sin(\gamma) l_3 = f_{H_r} \sin\left(\arctan\left(\frac{l_2}{l_4}\right)\right) \sqrt{l_2^2 + l_4^2} \equiv f_{H_r} l_2$

$$f_d = f_{H_r} \frac{l_2}{\sin(\gamma) l_3}$$

3. $p_1 = \frac{4}{d_K^2 \pi} \left(p_2 \frac{(d_K^2 - d_{KS}^2) \pi}{4} + p_0 \frac{d_{KS}^2 \pi}{4} + f_d \right)$

4. adiabate Zustandsänderung vom Zustand a zu b: $p_a V_a^\kappa = p_b V_b^\kappa$

$$p_{1,u} = p_1 \left(\frac{0.8}{1} \right)^\kappa \quad \text{mit } p_1 \text{ aus Punkt 3}$$

2.) Im Folgenden wird der in Abbildung 3 dargestellte Hochstrahlbrunnen betrachtet. Das Sammelwasser mit der Dichte ρ wird aus einem Zwischenspeicher mittels Pumpe angesaugt und über ein an einem Flansch befestigtes Rohr umgelenkt. Mittels einer Düse wird die konstante Rohrquerschnittsfläche A_1 auf den Strahlquerschnitt A_v (vena contracta) verengt.

Die Strömung wird als stationär, inkompressibel und reibungsfrei (nicht-viskos) angenommen. Der Einfluss der Gravitation in Rohr, Düse, Flansch und Pumpe sowie Wärmeströme im System können vernachlässigt werden.

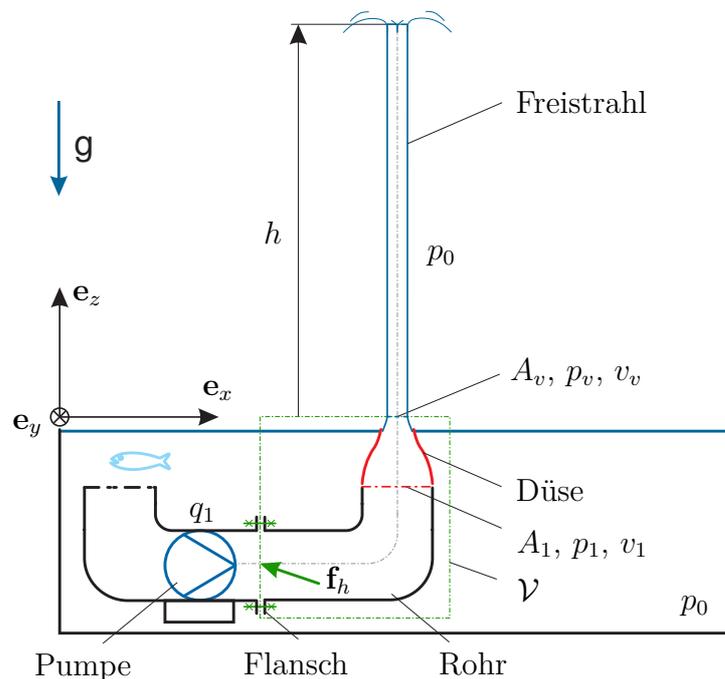


Abbildung 3: Prinzipskizze Hochstrahlbrunnen.

1. Bestimmen Sie die benötigte Austrittsgeschwindigkeit v_v am engsten Querschnitt A_v (vena contracta) in Abhängigkeit der Strahlhöhe h .
Hinweis: Im gesamten Freistrahls herrscht Umgebungsdruck p_0 .
2. Ermitteln Sie die zugehörige Düseneintrittsgeschwindigkeit v_1 des Fluids sowie den von der Pumpe bereitzustellenden Volumenstrom q_1 .
3. Berechnen Sie den Druck p_1 an der Düseneintrittsfläche A_1 in Abhängigkeit der Strahlhöhe h .
4. Bestimmen Sie die von der Flanschverbindung aufzubringende Haltekraft f_h .
Hinweis: Stellen Sie dazu die Impulsbilanz entlang des raumfesten Kontrollvolumens \mathcal{V} auf.

Lösung:

1. $v_v = \sqrt{2gh}$

2. $v_1 = \frac{A_v}{A_1} \sqrt{2gh}$, $q_1 = A_v \sqrt{2gh}$

3. $p_1 = p_0 + \rho gh \left(1 - \frac{A_v^2}{A_1^2} \right)$

4. $\mathbf{f}_h = \left[-(p_1 - p_0) A_1 - \rho v_1^2 A_1, \quad 0, \quad \rho v_v^2 A_v \right]^T$