
Univ.Prof. Dr.sc.techn. Georg Schitter
schitter@acin.tuwien.ac.at

Rechenübung 5

Messunsicherheit, Filterung, Zeit- und Frequenzmessung

Messtechnik, VU 376.045 (3 SWS, 4 ECTS)
Sommersemester 2020

Vortragender: Dipl.-Ing. Dr.techn. Ernst Csencsics
csencsics@acin.tuwien.ac.at

Allgemein

- Die Bearbeitung der Beispiele erfolgt auf freiwilliger Basis. Im Hinblick auf den schriftlichen Teil der Prüfung empfehlen wir die Beispiele selbst zu lösen.
- Online-Diskussion der Beispiele am Mi. 17.06.2020 um 09:15 Uhr
- Link zum Videomeeting:
<https://www.gotomeet.me/LVAMesstechnik>
- Passwort: messkette

Allgemein

- Beispiele ab sofort im TISS verfügbar
- Diskussion der Beispiele am Mi. 12.6.2019
- Die Bearbeitung der Beispiele erfolgt auf freiwilliger Basis. Im Hinblick auf die Klausur empfehlen wir jedoch die Beispiele selbst zu lösen.

Bsp. 1 – Auswertung von Messungen einer einzelnen Messgröße

- Es soll der Wert des Wirkwiderstandes einer Impedanz bestimmt werden. Zu diesem Zweck wurden mehrere Messungen von Strom und Spannung durchgeführt:

Messung	Scheitelspannung/V	Scheitelstrom/A	Phasenwinkel/rad
1	3.2503	0.1405	0.1270
2	3.2378	0.1402	0.1260
3	3.2623	0.1445	0.1253
4	3.2701	0.1454	0.1234
5	3.2345	0.1394	0.1283

- 1.1.: Bestimmen Sie Mittelwert, Standardabweichung, Kovarianzen und Korrelationskoeffizienten der Stichprobe
- 1.2.: Bestimmen Sie die Unsicherheit des Mittelwertes der Stichprobe mit einer 95.5%-igen Aussagewahrscheinlichkeit
- 1.3.: Geben sie den Wert des Wirkwiderstandes mit Messunsicherheit an

Bsp. 2 – Rauschen eines Messverstärkers (1/2)

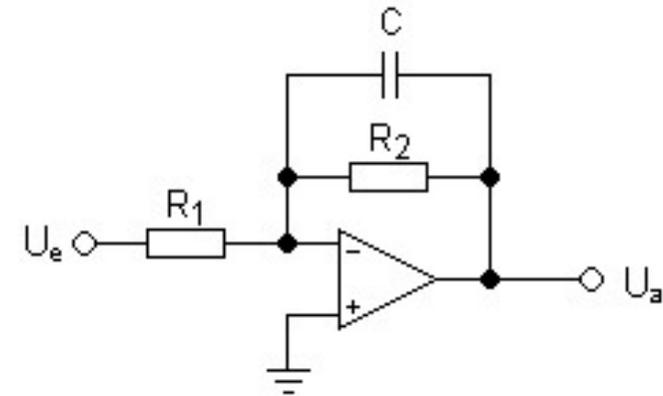
- Das Rauschverhalten eines Messverstärkers soll untersucht werden

- Messverstärker:

- $R_1=10\text{k}\Omega$, $R_2=100\text{k}\Omega$, $C=1\text{nF}$, $T=25^\circ\text{C}$

- Operationsverstärker OP07:

Rauschspannungsdichte $U_n = 10 \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}}$, Rauschstromdichte $I_n = 0.3 \frac{\text{pA}}{\sqrt{\text{Hz}}}$



- 2.1.: Bestimmen Sie Verstärkung und -3dB-Bandbreite der Schaltung
- 2.2.: Bestimmen Sie die Rauschspannungsdichten U_{R1} und U_{R2} der Widerstände R_1 und R_2 in $\frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}}$
- 2.3.: Bestimmen Sie die vier Transferfunktionen der einzelnen, nicht korrelierten Rauschquellen (U_{R1} , U_{R2} , U_n , I_n) zum Ausgang der Schaltung

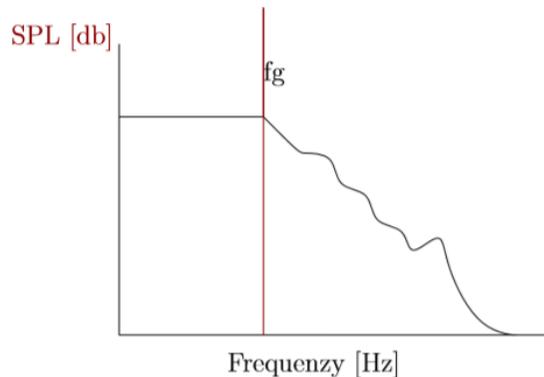
Bsp. 2 – Rauschen eines Messverstärkers (2/2)

- 2.4.: Berechnen Sie die spektrale Rauschleistungsdichte am Eingang der Schaltung als Funktion der Frequenz
 - Hinweis: $PSD_{out}(f) = |G(f)|^2 PSD_{in}(f)$
- 2.5.: Berechnen Sie den RMS Wert des Rauschens am Eingang in einem Frequenzbereich von 100Hz bis 100kHz
- 2.6.: Berechnen Sie die durch den Verstärker verursachte Messunsicherheit innerhalb derer 99.7% der Messwerte von U_e liegen werden

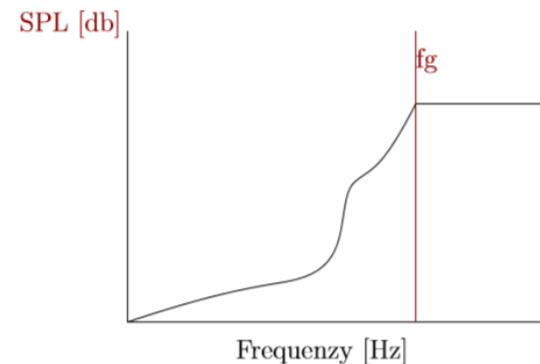
Bsp. 3 – Aktive Frequenzweiche (1/3)

- Kaum ein Lautsprecher kann über den gesamten hörbaren akustischen Frequenzbereich von 20Hz bis 20kHz einen ausreichenden Schalldruckpegel liefern.
- Abhilfe schaffen Zweiwegelautsprecher mit Hoch- und Tieftöner. Die Aufteilung des Signals übernimmt eine dabei sogenannte Frequenzweiche

- Frequenzgang Tieftöner



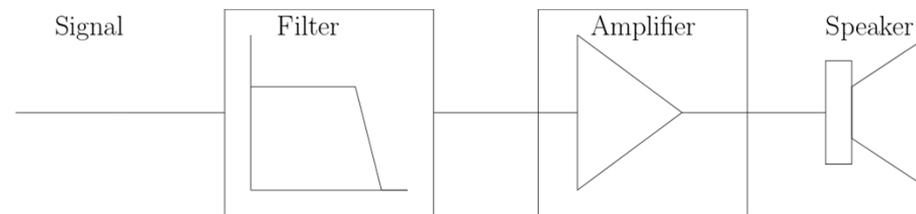
- Frequenzgang Hochtöner



- Hoch- und Tieftöner sollen in Kombination das ganze akustische Spektrum eines Musiksignal abdecken. Die Grenzfrequenz f_g der Lautsprecher beträgt 500Hz.

Bsp. 3 – Aktive Frequenzweiche (2/3)

- Gehen Sie von folgender Struktur (für beide Lautsprecher) aus:



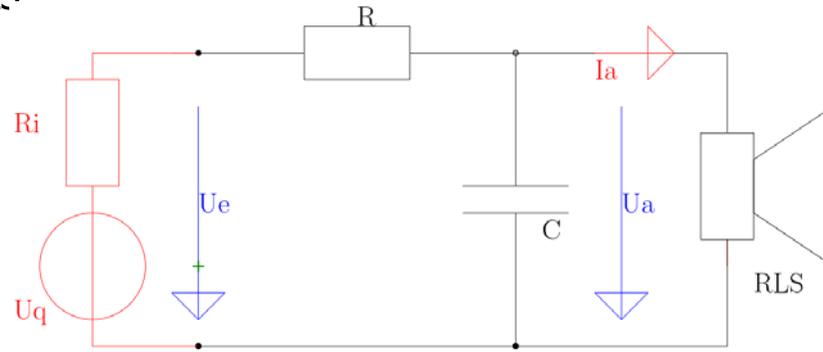
- 3.1.: Skizzieren Sie das Blockdiagramm eines Zweiwegelautsprecher-systems mit Hoch- und Tieftöner, zugehöriger Verstärker und Filter. Beide Lautsprecher werden vom gleichen Musiksignal angesteuert.
- 3.2.: Wieso wird diese Frequenzweiche als aktiv bezeichnet?
 - Tipp: Gehen Sie von der oben gezeigten Struktur aus.
- 3.3.: Entwerfen Sie jeweils einen RC und RL HP und TP 1. Ordnung (in Summe 4 Filter) als Vorfilter für die beiden Lautsprecher, wobei $R = 500\Omega$ ist. An der Grenzfrequenz soll in beiden Lautsprechern die halbe Signalleistung umgesetzt werden.
- 3.4.: Wodurch unterscheiden sich die RC und RL Filter?
 - Tipps: Der Filterausgang kann als unbelastet betrachtet werden ($I_a = 0A$), da der Verstärkereingang sehr hochohmig ist.

Bsp. 3 – Aktive Frequenzweiche (3/3)

- 3.5.: Entwerfen Sie je einen passiven RLC HP und TP 2. Ordnung, wobei $L = 50\text{mH}$ ist. An der Grenzfrequenz soll in beiden Lautsprechern die halbe Signalleistung umgesetzt werden. Vergleichen Sie die Charakteristik der Filter 1. und 2. Ordnung anhand ihrer Bodediagramme.
 - Tipps: Der Filterausgang kann als unbelastet betrachtet werden ($I_a = 0\text{A}$), da der Verstärkereingang sehr hochohmig ist. Stellen Sie die analytischen Übertragungsfunktionen auf und plotten Sie diese in Matlab oder einer ähnlichen Software.

Bsp. 4 – Passive Frequenzweiche (1/2)

- Gehen Sie von der unten dargestellten passiven Frequenzweiche aus und davon, dass der Lautsprecher in erster Näherung durch einen 4Ω Widerstand R_{LS} modellierbar ist.



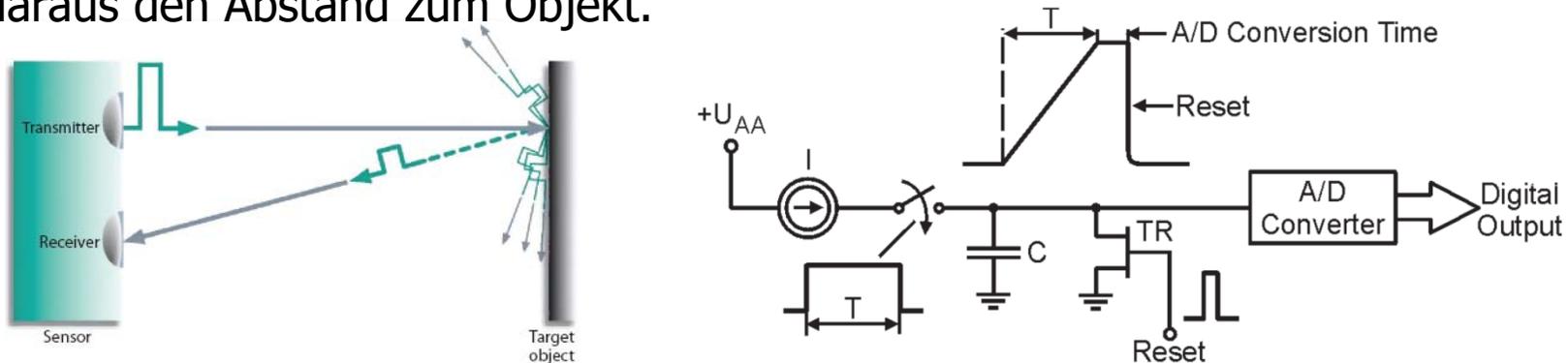
- 4.1.: Warum spricht man in diesem Fall von einer passiven Frequenzweiche?
- 4.2.: Was darf im Gegensatz zum aktiven Filter hier nicht vernachlässigt werden?

Bsp. 4 – Passive Frequenzweiche (2/2)

- 4.3.: Gehen Sie von einem Quelleninnenwiderstand $R_i = 0\Omega$ aus. Verwenden Sie den in Bsp. 3.3. berechneten RC TP. Wie beeinflusst die Last R_{LS} die Grenzfrequenz der RC Gliedes? Kompensieren Sie den Einfluss des Lastwiderstand durch eine Anpassung des Filterwiderstands R und stimmen Sie mit C die Grenzfrequenz f_g des Filters wieder auf 500Hz ab.
 - Tipp: Bestimmen sie die Zeitkonstanten indem Sie einen Ersatzwiderstand für R und R_{LS} berechnen.
- 4.4.: Gehen Sie von einem Quelleninnenwiderstand von 50Ω aus. Verwenden Sie den in Bsp. 3.3. berechneten RC HP. Wie beeinflusst die Last R_{LS} die Grenzfrequenz der RC Gliedes?
 - Tipp: Bestimmen sie die Zeitkonstanten indem Sie einen Ersatz-widerstand für R , R_i und R_{LS} berechnen.

Bsp. 5 – Time-of-Flight Abstandssensor

- TOF Abstandssensoren messen die Zeit, welche ein Lichtimpuls braucht um vom Sensor zu einem Objekt und wieder zurück zu gelangen und berechnen daraus den Abstand zum Objekt.



- 5.1.: Welche Zeitauflösung ist nötig um eine Abstandsauflösung von 1mm zu erreichen?
- Eine Möglichkeit eine präzise Zeitauflösung zu erreichen ist die Zeit-zu-Amplituden Konvertierung.
- 5.2.: Es steht ein 16bit ADC zur Verfügung, welcher einen Eingangsspannungsbereich von $[0...3.3V]$ besitzt (Hinweis: vernachlässigen Sie die nichtidealen Eigenschaften des ADCs).
 - Dimensionieren Sie die Kapazität C der Schaltung für eine Konstantstromquelle mit $I=10mA$ um eine Auflösung von 1mm zu erreichen
 - Welche maximale Distanz kann damit erfasst werden?

Ergebnisse

Rechenübung 5

Messunsicherheit, Filterung, Zeit- und Frequenzmessung

Bsp. 1 – Auswertung von Messungen einer einzelnen Messgröße

■ 1.1.: Bestimmen Sie Mittelwert, Standardabweichung, Kovarianzen und Korrelationskoeffizienten der Stichprobe

- $\bar{U} = 3.251V, \bar{I} = 0.1420A, \bar{\varphi} = 0.1260 \text{ rad}$
- $s(U) = 0.0153V, s(I) = 0.0027A, s(\varphi) = 0.0018 \text{ rad}$
- $cov(U, I) = 40.23 * 10^{-6}VA, cov(U, \varphi) = -24.06 * 10^{-6}Vrad, cov(I, \varphi) = -4.52 * 10^{-6}Arad$
- $r(U, I) = 0.957, r(U, \varphi) = -0.853, r(I, \varphi) = -0.896$

■ 1.2.: Bestimmen Sie die Unsicherheit des Mittelwertes der Stichprobe mit einer 95.5%-igen Aussagewahrscheinlichkeit

- $U(\bar{U}) = 0.0204V, U(\bar{I}) = 0.0037A, U(\bar{\varphi}) = 0.0025 \text{ rad}$

■ 1.3.: Geben sie den Wert des Wirkwiderstandes mit Messunsicherheit an

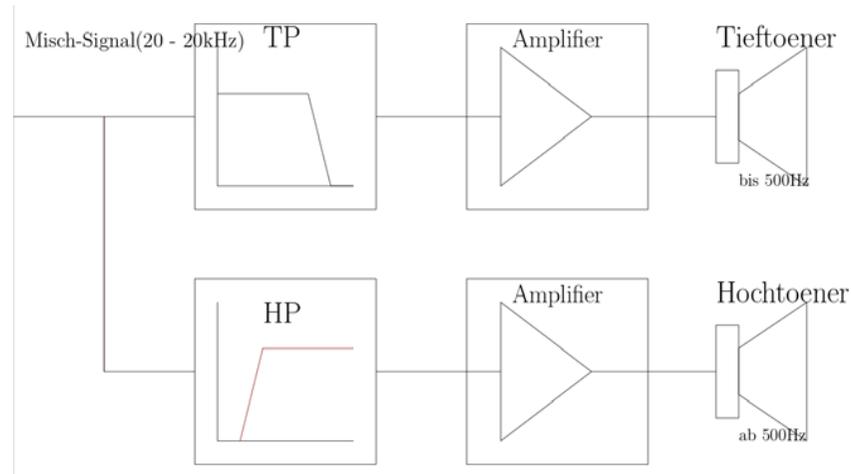
- $R = 22.713 \pm 0.5185\Omega$

Bsp. 2 – Rauschen eines Messverstärkers

- 2.1.: Bestimmen Sie Verstärkung und -3dB-Bandbreite der Schaltung
 - $A = -10$, $f_g = 1.592\text{kHz}$
- 2.2.: Bestimmen Sie die Rauschspannungsdichten U_{R1} und U_{R2} der Widerstände R_1 und R_2 .
 - $U_{R1} = 12.8 \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}}$, $U_{R2} = 40.6 \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}}$
- 2.3.: Bestimmen Sie die vier Transferfunktionen der einzelnen, nicht korrelierten Rauschquellen (U_{R1} , U_{R2} , U_n , I_n) zum Ausgang der Schaltung
 - $\frac{U_a}{U_{nR1}} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1+j\omega R_2 C}$, $\frac{U_a}{U_{nR2}} = \frac{1}{1+j\omega R_2 C}$, $\frac{U_a}{U_n} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1+j\omega R_2 C}$, $\frac{U_a}{I_n} = \frac{R_2}{1+j\omega R_2 C}$
- 2.4.: Berechnen Sie die spektrale Rauschleistungsdichte am Eingang der Schaltung als Funktion der Frequenz
 - $PSD_{RTI}(f) = U_{R1}^2 + \frac{U_{R2}^2}{A^2} + U_n^2 \left(1 + \frac{2}{A} + \frac{1+(\omega R_2 C)^2}{A^2}\right) + I_n^2 \frac{R_2^2}{A^2}$ mit $A = \frac{R_2}{R_1}$
- 2.5.: Berechnen Sie den RMS Wert des Rauschens am Eingang in einem Frequenzbereich von 100Hz bis 100kHz
 - $U_{n,RTI} = 12.735\mu\text{V}$
- 2.6.: Berechnen Sie die durch den Verstärker verursachte Messunsicherheit innerhalb derer 99.7% der Messwerte von U_e liegen werden
 - $U(U_m) = \pm 3U_{n,RTI} = 76.41\mu\text{V}$

Bsp. 3 – Aktive Frequenzweiche

- 3.1.: Skizzieren Sie das Blockdiagramm eines Zweiwegelautsprecher-systems.

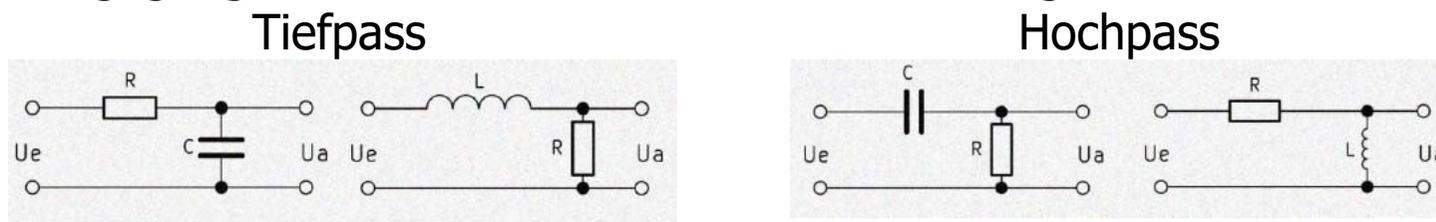


- 3.2.: Wieso wird diese Frequenzweiche als aktiv bezeichnet?
 - Weil in der Struktur Verstärker integriert sind, die aufgrund des hohen Eingangswiderstandes die Rückwirkung des jeweiligen Lautsprechers auf das Filter unterbinden.

Bsp. 3 – Aktive Frequenzweiche

- 3.3.: Entwerfen Sie jeweils einen RC und RL HP und TP 1. Ordnung (in Summe 4 Filter) als Vorfilter für die beiden Lautsprecher, wobei $R = 500\Omega$ ist.
 - $C = 636,6 \text{ nF}$
 - $L = 159,2 \text{ mH}$

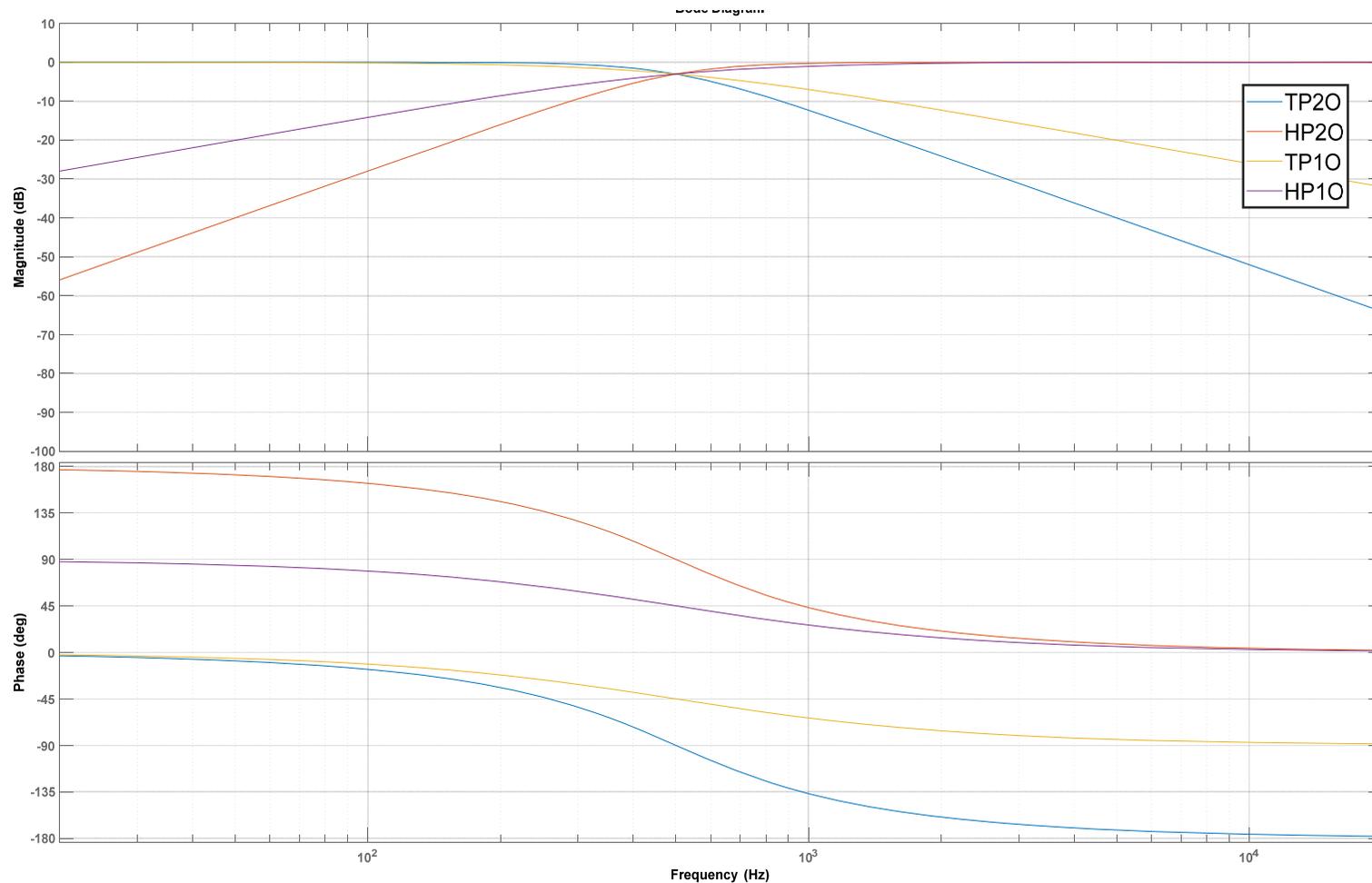
- 3.4.: Wodurch unterscheiden sich die RC und RL Filter?
 - Der Kondensator und die Spule befinden sich an der jeweils entgegengesetzten Position in der Filterschaltung.



- 3.5.: Entwerfen Sie je einen passiven RLC HP und TP 2. Ordnung, wobei $L = 50\text{mH}$ ist.
 - $C = 2,026 \text{ uF}$
 - $R = 222.19 \Omega$

Bsp. 3 – Aktive Frequenzweiche

- ad 3.5.: Vergleichen Sie die Charakteristik der Filter 1. und 2. Ordnung anhand ihrer Bodediagramme.



Bsp. 4 – Passive Frequenzweiche

- 4.1.: Warum spricht man in diesem Fall von einer passiven Frequenzweiche?
 - Im Filter kommen nur passive Bauteile zum Einsatz.
- 4.2.: Was darf im Gegensatz zum aktiven Filter hier nicht vernachlässigt werden?
 - Da das Filter nicht über einen hochohmigen Verstärker von der Last getrennt ist, darf der Strom durch die Last nicht vernachlässigt werden.
- 4.3.: Wie beeinflusst die Last R_{LS} die Grenzfrequenz der RC TP Gliedes? Kompensieren Sie die den Einfluss des Lastwiderstand durch eine Anpassung des Filterwiderstands R und stimmen Sie mit C die Grenzfrequenz f_g des Filters wieder auf 500Hz ab.
 - $f_{g,neu} = 63,2 \text{ kHz}$
 - $R \ll R_{LS}$, z.B. $R = R_{LS}/100 = 0,5 \Omega \rightarrow C = 716 \mu\text{F}$
- 4.4.: Wie beeinflusst die Last R_{LS} die Grenzfrequenz der RC HP Gliedes?
 - $f_{g,neu} = 4,97 \text{ kHz}$

Bsp. 5 – Time-of-Flight Abstandssensor

- 5.1.: Welche Zeitauflösung ist nötig um eine Abstandsauflösung von 1mm zu erreichen?
 - $\Delta t = 6.6\text{ps}$
- 5.2.: Dimensionieren Sie die Kapazität C der Schaltung für eine Konstantstromquelle mit $I=10\text{mA}$ um eine Auflösung von 1mm zu erreichen
 - $C = 1.324\text{nF}$
- 5.3.: Welche maximale Distanz kann damit erfasst werden?
 - $l_{max} = 65.536\text{m}$

Hinweise

- Online-Diskussion der Beispiele am Mi. 17.06.2020 um 09:15 Uhr
- Link zum Videomeeting:
<https://www.gotomeet.me/LVAMesstechnik>
- Passwort: messkette

- Versuchen Sie im Hinblick auf den schriftlichen Teil der Prüfung die Aufgabenstellungen selbst zu lösen.

Viel Erfolg!