Lösungen zur 1. Teilprüfung
Signale und Systeme 2, Sommersemester 2009

Institut für Nachrichtentechnik
und Hochfrequenztechnik E389
22.4.09 G. Doblinger, C. Novak

1. Beispiel:

Gruppe A

a) $c_k = [2, 0, -1, 0, 2, \ldots]$, Skizze ist trivial

b) $N = 4$ (Ergibt sich aus der Periodendauer von $\cos \frac{\pi}{2}k$ und der Voraussetzung, dass $\delta[k]$ auch mit $N = 4$ periodisch über das Grundintervall hinaus fortgesetzt wird. Andere Voraussetzungen sind zulässig und werden als richtig bewertet.)

   b$_1$) $x[n]$ ist reell, da c_k gerade symmetrisch

   b$_2$) $x[n]$ ist gerade symmetrisch, da c_k reell

c) $x[n] = \sum_{k=0}^{3} (2\delta[k] - \delta[k-2])\, e^{j\frac{2\pi k}{4}n} = 2 - (-1)^n = [1, 3, 1, \ldots]$

d) Skizze ist trivial

e) $N_x = 2$

f) $d_k = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{1} (\delta[n] + 3\delta[n-1])\, e^{-j\frac{2\pi k}{2}n} = \frac{1}{2}\left(1 + 3(-1)^k\right) = [2, -1, 2, \ldots]$

g) Einfügen von Nullen in c_k ändert nicht die Summe der Fourierreihendarstellung und damit bleibt $x[n]$ gleich. Nur die Periodendauer ändert sich.

Anders formuliert: Mit $c_k = \begin{cases} d_{\frac{k}{2}} & k = 0, \pm 2, \pm 4, \ldots \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$ folgt

$$x[n] = \sum_{k=0}^{3} c_k e^{j\frac{2\pi k}{4}n} = \sum_{k=0}^{1} d_k e^{j\frac{2\pi k}{2}n}.$$

Gruppe B

a) $c_k = [-2, 0, 1, 0, -2, \ldots]$, Skizze ist trivial

b) $N = 4$ (siehe Gruppe A)

   b$_1$) $x[n]$ ist reell, da c_k gerade symmetrisch

   b$_2$) $x[n]$ ist gerade symmetrisch, da c_k reell

c) $x[n] = -2 + (-1)^n = [-1, -3, -1, \ldots]$

d) Skizze ist trivial

e) $N_x = 2$

f) $d_k = -\frac{1}{2}\left(1+3(-1)^k\right) = [-2, 1, -2, \ldots]$

g) siehe Gruppe A

2. Beispiel:

Gruppe A

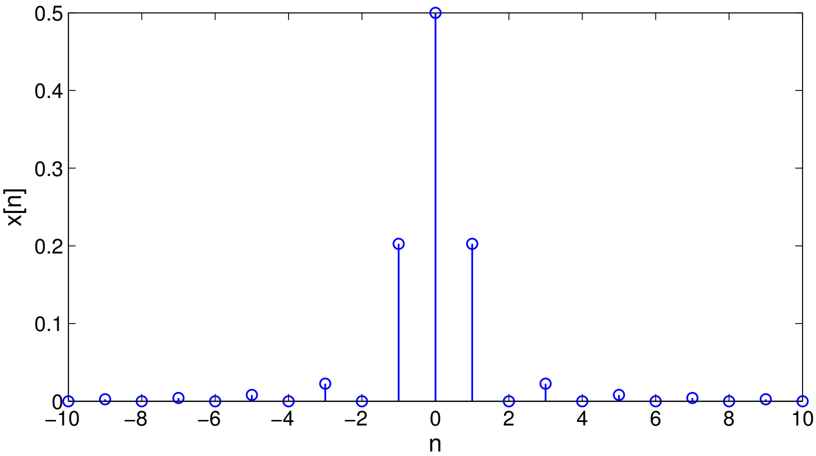
a) $x[n]$ ist reell, da $X\left(e^{j\theta}\right)$ gerade symmetrisch ist.

b) Hinweis: Entweder $X\left(e^{j\theta}\right)$ differenzieren (siehe Buch Seite 69) oder $X\left(e^{j\theta}\right)$ als Faltung zweier Rechtecke darstellen (siehe Übung).

$$x[n] = \frac{1}{(\pi n)^2}\left(1-(-1)^n\right)$$

$$x[0] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X\left(e^{j\theta}\right)d\theta = \frac{1}{2}$$

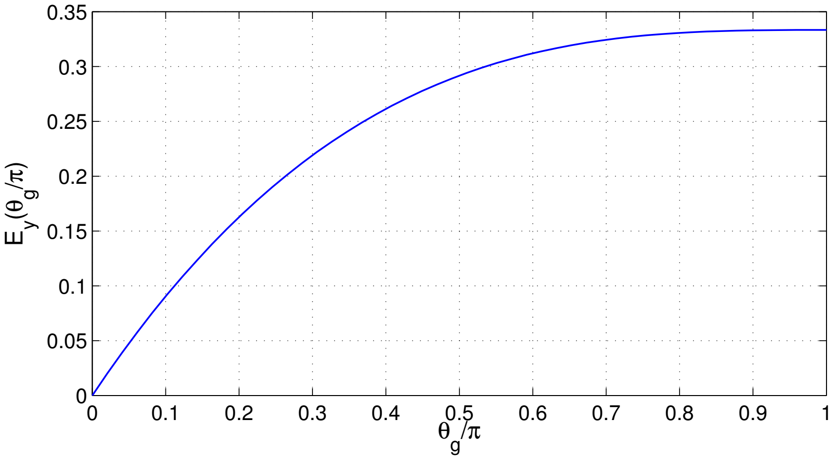
c)



d) d$_1$) $Y\left(e^{j\theta}\right) = \begin{cases} X\left(e^{j\theta}\right) & -\theta_g < \theta < \theta_g \\ 0 & \text{sonst in } [-\pi, \pi] \end{cases} = \begin{cases} 1 - \frac{|\theta|}{\pi} & -\theta_g < \theta < \theta_g \\ 0 & \text{sonst in } [-\pi, \pi] \end{cases}$

d$_2$) Mit Parsevalscher Beziehung: $E_y = \frac{\theta_g}{\pi} - \left(\frac{\theta_g}{\pi}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{\theta_g}{\pi}\right)^3, \quad 0 \le \theta_g \le \pi$

d$_3$)



Gruppe B

a) siehe Gruppe A

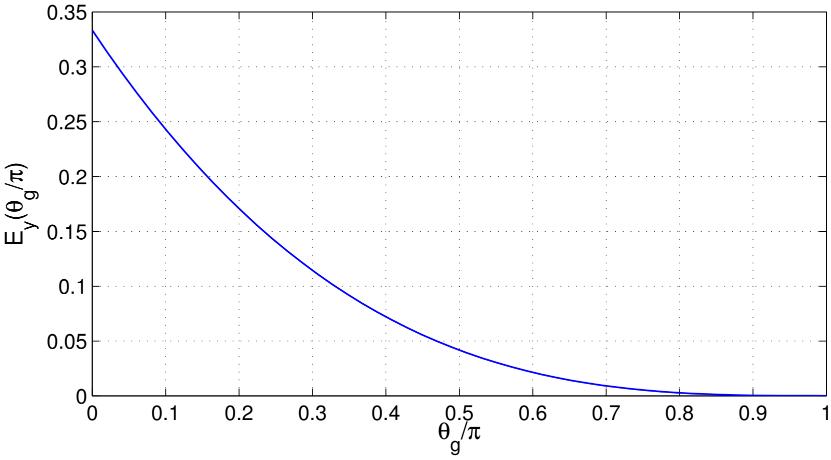
b) siehe Gruppe A

c) siehe Gruppe A

d) d_1) $Y\left(e^{j\theta}\right) = \begin{cases} 0 & -\theta_g < \theta < \theta_g \\ X\left(e^{j\theta}\right) & \text{sonst in } [-\pi, \pi] \end{cases} = \begin{cases} 0 & -\theta_g < \theta < \theta_g \\ 1 - \frac{|\theta|}{\pi} & \text{sonst in } [-\pi, \pi] \end{cases}$

d_2) Mit Parsevalscher Beziehung: $E_y = \frac{1}{3} - \frac{\theta_g}{\pi} + \left(\frac{\theta_g}{\pi}\right)^2 - \frac{1}{3}\left(\frac{\theta_g}{\pi}\right)^3, \quad 0 \leq \theta_g \leq \pi$

d_3)

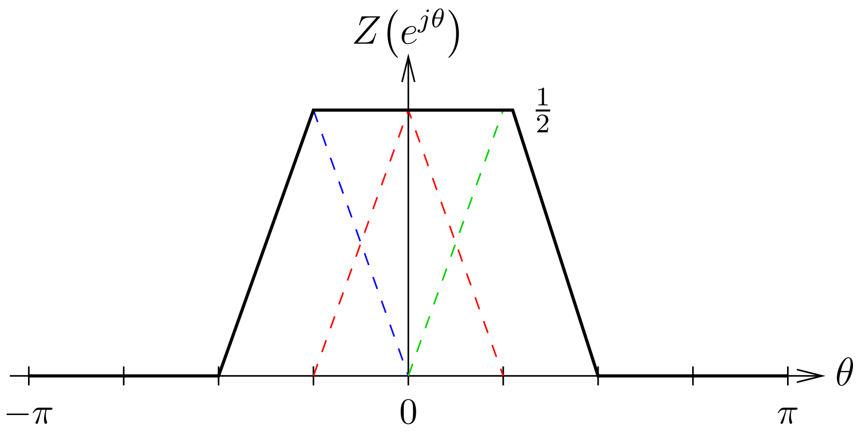


3. Beispiel:

Gruppe A

a) $Y\left(e^{j\theta}\right) = \pi\delta(\theta) + \pi\delta\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) + \pi\delta\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$

b) $Z\left(e^{j\theta}\right) = \frac{1}{2\pi}(X * Y)\left(e^{j\theta}\right) = \frac{1}{2}X\left(e^{j\theta}\right) + \frac{1}{2}X\left(e^{j(\theta-\frac{\pi}{4})}\right) + \frac{1}{2}X\left(e^{j(\theta+\frac{\pi}{4})}\right)$



Gruppe B

a) $Y\left(e^{j\theta}\right) = \pi\delta(\theta) - \pi\delta\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) - \pi\delta\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)$

b) $Z\left(e^{j\theta}\right) = \frac{1}{2\pi}(X * Y)\left(e^{j\theta}\right) = \frac{1}{2}X\left(e^{j\theta}\right) - \frac{1}{2}X\left(e^{j(\theta-\frac{\pi}{2})}\right) - \frac{1}{2}X\left(e^{j(\theta+\frac{\pi}{2})}\right)$