ZUNAME: ....

VORNAME: ....

MAT. NR.: ....

1. SuS2-Teilprüfung **C**

Institute of Telecommunications
G. Doblinger, J. Gonter
TU-Wien 3.5.2012

Bitte beachten Sie:

- An schriftlichen Unterlagen darf nur die **SuS2-Formelsammlung** verwendet werden!
- Die Beispiele ausschließlich auf den Seiten dieser Angabe ausarbeiten. **Zusatzblätter werden ignoriert!**
- Eine **lesbare Schrift und übersichtliche Darstellung** ist eine Voraussetzung für die positive Beurteilung Ihrer Arbeit!
- **Mobiltelefone** müssen während des Tests **ausgeschaltet** sein!

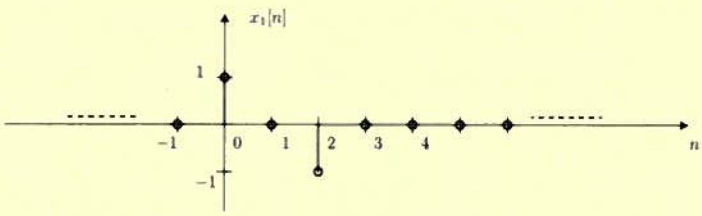
Aufgabe:	1	2	3	4	Summe
Punkte (max.):	21	30	25	24	100
Punkte:					

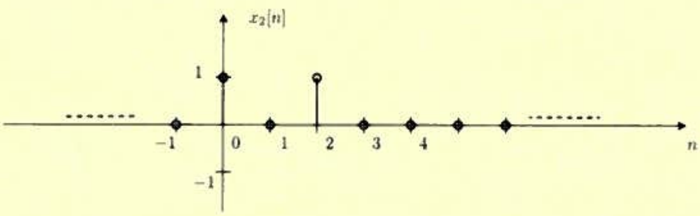
Aufgabe 1: (21 Punkte)

Von einem linearen, zeitinvarianten, zeitdiskreten System ist die Impulsantwort $h[n]$ gegeben:

$$h[n] = \left(\tfrac{1}{2}\right)^n \cos\left(\tfrac{\pi}{4}n\right)\sigma[n] \ \textit{(mit der Sprungfunktion } \sigma[n]\textit{)}$$

Das System wird mit den beiden abgebildeten Signalen angeregt:





Die Systemantwort auf $x_1[n]$ sei $y_1[n]$ und jene auf $x_2[n]$ sei $y_2[n]$. Berechnen Sie die Systemantworten $y[n]$ (die Antwort des Systems auf $x[n]$) auf die Eingangssignale:

(a) (7 Punkte) $x[n] = x_1[n] + x_2[n]$ $= \delta[n] - \delta[n-2] + \delta[n] + \delta[n-2]$

$= 2\delta[n]$

$y[n] = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} \cdot n\right) \cdot \delta[n]$

$= 2h[n]$

(b) (7 Punkte) $x[n] = x_1[n] - x_2[n]$ $= \delta[n] - \delta[n-2] - \delta[n] - \delta[n-2]$

$= -2\delta[n-2]$

$y[n] = -2\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}(n-2)\right)\delta[n-2]$

$= -2h[n-2]$

(c) (7 Punkte) $x[n] = x_1[n-1] + x_2[n-1]$ $= \delta[n-1] - \delta[n-3] + \delta[n-1] + \delta[n-3]$

$= 2\delta[n-1]$

$y[n] = 2\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}(n-1)\right) \cdot \delta[n-1]$

$= 2h[n-1]$

Aufgabe 2: (30 Punkte)

Ein lineares, zeitinvariantes, zeitdiskretes System wird mit einem periodischen Signal angesteuert. Die Übertragungsfunktion $H(e^{j\theta})$ des Systems sei

$$H(e^{j\theta}) = \cos(\theta)\ .$$

Das Eingangssignal $x[n]$ habe die Fourierreihendarstellung

$$x[n] = \sum_{k=0}^{3} c_k e^{j\frac{2\pi}{4}kn}$$

mit $c_0 = -c_2 = -1$ und $c_1 = c_3 = 0$.

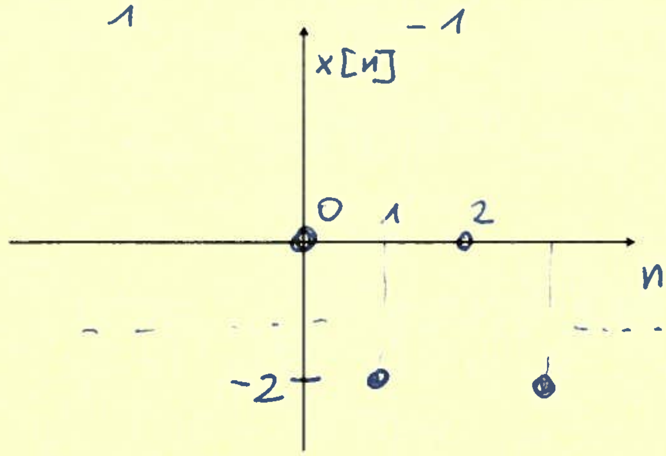
(a) (4 Punkte) Skizzieren Sie $x[n]$. *Wichtig: Die volle Punktezahl wird nur bei korrekt beschrifteten Achsen zuerkannt!*

$$x[0] = -1 \cdot \underbrace{e^{j\frac{\pi}{2}\cdot 0\cdot 0}}_{1} + 1 \cdot \underbrace{e^{j\frac{\pi}{2}\cdot 2\cdot 0}}_{1} = 0$$

$$x[1] = -1 \cdot \underbrace{e^{j\frac{\pi}{2}\cdot 0\cdot 1}}_{1} + 1 \cdot \underbrace{e^{j\frac{\pi}{2}\cdot 2\cdot 1}}_{-1} = -2$$

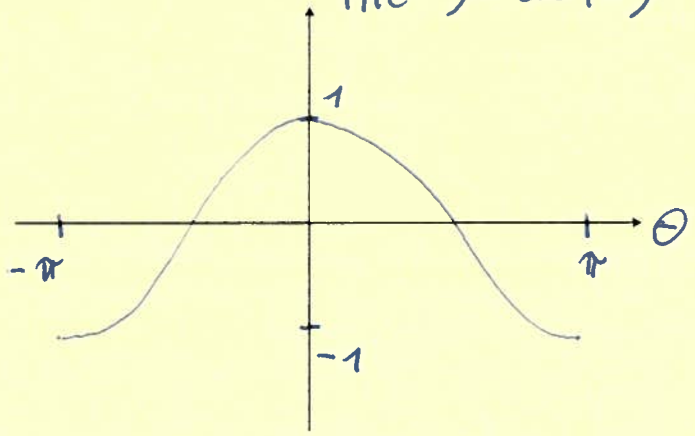
$$x[2] = -1 \cdot \underbrace{e^{j\frac{\pi}{2}\cdot 0\cdot 2}}_{1} + 1 \cdot \underbrace{e^{j\frac{\pi}{2}\cdot 2\cdot 2}}_{1} = 0$$

$$x[3] = -1 \cdot \underbrace{e^{j\frac{\pi}{2}\cdot 0\cdot 3}}_{1} + 1 \cdot \underbrace{e^{j\frac{\pi}{2}\cdot 2\cdot 3}}_{-1} = -2$$



(b) (3 Punkte) Skizzieren Sie $H(e^{j\theta})$ für $\theta \in [-\pi, \pi]$. *Wichtig: Die volle Punktezahl wird nur bei korrekt beschrifteten Achsen zuerkannt!*

$H(e^{j\theta}) = \cos(\theta)$



(c) (9 Punkte) Berechnen Sie die Fouriertransformierte $X(e^{j\theta})$ von $x[n]$.

$$x[n] = \cos(\pi n) - 1 = a[n] - b[n]$$

$$a[n] = \cos(\pi n) \circ\!\!-\!\!\bullet\ \pi \delta_{2\pi}(\theta - \pi) + \pi \delta_{2\pi}(\theta + \pi)$$

$$b[n] = 1 = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n-k] \circ\!\!-\!\!\bullet\ 2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\theta - 2\pi k)$$

$$\Rightarrow X(e^{j\theta}) = \pi \delta_{2\pi}(\theta - \pi) + \pi \delta_{2\pi}(\theta + \pi) - 2\pi \delta_{2\pi}(\theta)$$

$$= 2\pi \delta_{2\pi}(\theta - \pi) - 2\pi \delta_{2\pi}(\theta)$$

Hinweis: *Die folgenden beiden Teilfragen (d) und (e) lassen sich äquivalent im Frequenzbereich (bei Kenntnis von $H(e^{j\theta})$ und $X(e^{j\theta})$) und im Zeitbereich (Faltung nach Rücktransformation von $H(e^{j\theta})$ in den Zeitbereich) lösen.*

(d) (8 Punkte) Berechnen Sie die Fouriertransformierte $Y(e^{j\theta})$ des Systemausgangssignals $y[n]$.
Hinweis: *Zeichnen Sie zur Kontrolle die Frequenzkomponenten von $Y(e^{j\theta})$ in das Diagramm von $H(e^{j\theta})$.*

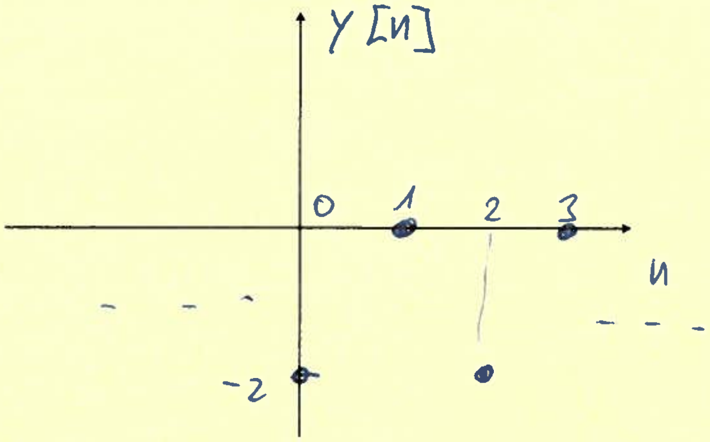
$$Y(e^{j\theta}) = X(e^{j\theta})\, H(e^{j\theta})$$

$$= (-1)\cdot\left(\pi\,\delta_{2\pi}(\theta-\pi) + \pi\,\delta_{2\pi}(\theta+\pi)\right) + 1\cdot\left(-\delta_{2\pi}(\theta)\right)\cdot 2\pi$$

(e) (6 Punkte) Berechnen und skizzieren Sie das Ausgangssignal $y[n]$. *Wichtig: Die volle Punktezahl wird nur bei korrekt beschrifteten Achsen zuerkannt!*

Durch Vergleich von $X(e^{j\theta})$ mit $Y(e^{j\theta})$:

$$y[n] = -\cos(\pi n) - 1$$



Aufgabe 3: (25 Punkte)

Theorieteil "Signaleigenschaften"

(a) (10 Punkte) Gegeben sind 2 Signale $x_1[n]$, $x_2[n]$. $x_1[n]$ ist nur im Intervall $[-1,3]$ von Null verschieden, $x_2[n]$ ist nur in $[2,4]$ von Null verschieden. Die Faltungsoperation $y[n] = (x_1 * x_2)[n]$ ist daher jedenfalls Null **ausserhalb** des Intervalls:

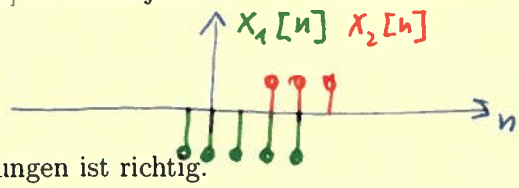
A. [1,7] ☒

B. [-3,4] ○

C. [-3,3] ○

D. [-7,1] ○

E. Keine der anderen Lösungen ist richtig. ○



(b) (7 Punkte) Ein reellwertiges, gerades Signal hat folgende Eigenschaften:

A. $x[n] = -x[-n] \quad \forall n$ ○

B. $x[n+2] = x[-n-2] \quad \forall n$ ☒

C. $-x[n] = -x[-n] \quad \forall n$ ☒

D. $x[n+2] = x[-n+2] \quad \forall n$ ○

E. Keine der anderen Lösungen ist richtig. ○

(c) (8 Punkte) Das Signal $x[n] = (-1)^{n+2} \quad \forall n$ hat:

A. eine Fouriertransformierte, die eine Komponente bei $\theta = \pm\pi,\ \pm 3\pi,\ \pm 5\pi \ldots$ hat ☒

* B. eine endliche Signalenergie ☒

C. eine Fouriertransformierte, die **keine** Komponente bei $\theta = \pm\pi,\ \pm 3\pi,\ \pm 5\pi \ldots$ hat ○

D. eine Fouriertransformierte, die eine Komponente bei $\theta = 0,\ \pm 2\pi,\ \pm 4\pi \ldots$ hat ○

E. eine endliche Signalleistung ☒

*B ist gemäß dem Satz von Parseval richtig.

Aufgabe 4: (24 Punkte)

Theorieteil "Systemeigenschaften"

(a) (4 Punkte) Bei der Parallelschaltung zweier linearer, stabiler, zeitinvarianter Systeme ist die Impulsantwort des Gesamtsystems gegeben durch:

A. die Differenz der Impulsantworten beider Systeme ○
B. das Produkt der Impulsantworten beider Systeme ○
C. die Summe der Impulsantworten beider Systeme ☒
D. die Faltung der Impulsantworten beider Systeme ○
E. keine der anderen Antworten ist richtig ○

(b) (10 Punkte) Für kausale, stabile, zeitdiskrete Systeme mit der Impulsantwort $h[n]$ bzw. Übertragungsfunktion $H(e^{j\theta})$ gilt **immer**:

A. $h[n] = 0$ für $n \geq 0$ ○
B. $H(e^{j\theta}) = 0$ für $\theta < 0$ ○
C. $\sum_{k=0}^{\infty} h[k]x[n-k] = 0$ für $n < 0$ ○
D. $h[n] = 0$ für $n < 0$ ☒
E. $\sum_{k=0}^{n} h[k]x[n-k] = 0$ für $n < 0$ ○
F. keine der anderen Antworten ist richtig ○

(c) (10 Punkte) Welche der folgenden Systeme sind stabil? ($h[n]$ ist die Impulsantwort, $H(e^{j\theta})$ ist die Übetragungsfunktion.)

A. $H(e^{j\theta}) = \frac{1}{1-\frac{1}{4}e^{-j\theta}}$ ☒
B. $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{3}{4}^{|k|} x[n-k]$ ☒
C. $h[n] = \frac{\sin(\frac{\pi}{2}n)}{\pi n} - \delta[n] \quad \forall n$ ○
D. $h[n] = \frac{1}{|n|}(-1)^n \quad \forall n$ ○
E. keines der angegebenen Systeme ist stabil ○

Raum für Nebenrechnungen

ad 2c: $x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} -2 \cdot \delta[n-2k-1]$

mit Formelsammlung:

$$\Rightarrow X(e^{j\theta}) = \frac{2\pi}{2} \cdot (-2) \cdot \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta\left(\theta - \frac{2\pi}{2}k\right) e^{-j\theta}$$

$$= -2\pi e^{-j\theta} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\theta - \pi k)$$

ad 2d: $Y(e^{j\theta}) = H(e^{j\theta}) X(e^{j\theta}) = -2\pi e^{-j\theta} \cdot \cos(\theta) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\theta - \pi k)$

$$= -2\pi e^{-j\theta} \cdot e^{-j\theta} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\theta - \pi k)$$

ad 2e:

$$Y(e^{j\theta}) = X(e^{j\theta}) e^{-j\theta}$$

$$\Rightarrow y[n] = x[n-1]$$